



საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

გეგი აფციაური

ტურბულენტური აეროდინამიკური ნაკადების მათემატიკური
მოდელირება ექსტრემალური ბუნებრივი მოვლენების შესწავლის
მიზნით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

სადოქტორო პროგრამა: „საფრენი აპარატების დაპროექტება“
შიფრი - 0175

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი
თბილისი 0103, საქართველო
2020 წელი

საავტორო უფლება 2020 წელი. გეგი აფციაური
საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი
საინჟინრო ფაკულტეტი

ჩვენ ქვემოთ ხელისმომწერი ვადასტურებთ, რომ გავაცანით გეგი აფციაურის მიერ შესრულებულ სადოქტორო ნაშრომს დასახელებით: „ტურბულენტური აეროდინამიკური ნაკადების მათემატიკური მოდელირება ექსტრემალური ბუნებრივი მოვლენების შესწავლის მიზნით“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს საავიაციო ფაკულტეტის საგამოცდო კომისიაში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

თარიღი

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: _____ პროფესორი გელა ყიფიანი
რეცენზენტი: _____ პროფესორი ავთანდილ აფხაიძე
რეცენზენტი: _____ პროფესორი ვარდენ ცუცქერიძე

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

2020 წელი

ავტორი: აფციაური გეგი

დასახელება: ტურბულენტური აეროდინამიკური ნაკადების მათემატიკური მოდელირება ექსტრემალური ბუნებრივი მოვლენების შესწავლის მიზნით

სადოქტორო პროგრამა: „საფრენი აპარატების დაპროექტება“

ხარისხი: აკადემიური დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: თარიღი

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემოთ მოყვანილი დასახელების ნაშრომის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული

მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტს

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ სპეციალურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [PhDF2016_182]

რეზიუმე

წარმოდგენილ სადოქტორო ნაშრომში, თემაზე, „ტურბულენტური აეროდინამიკური ნაკადების მათემატიკური მოდელირება ექსტრემალური ბუნებრივი მოვლენების შესწავლის მიზნით“, შექმნილია ახალი მეთოდოლოგია უწყვეტ გარემოში, კონკრეტულად კი ატმოსფეროში, მიმდინარე პროცესების შესწავლისა და პროგნოზირებისათვის, რათა მოხდეს საფრენი აპარატების და ზოგადად ავიაციის მუშაობის სრულყოფა. ამ მიზნით, ნაშრომში დასმულია საკითხი თუ რა არის თეორიული საფუძველი ატმოსფეროში საოცარი ბუნებრივი მოვლენებისა.

იმისათვის, რომ პასუხი გაეცეს ამ შეკითხვას, საჭიროა გავიხსენოთ თუ რა რთულ ხასიათს ატარებენ ატმოსფერული მოვლენები. ძალიან დიდი მასშტაბებისა და საკმაოდ მაღალი სიჩქარეების გამო, ატმოსფერული ნაკადები, უმეტეს შემთხვევაში ტურბულენტურ ხასიათს ატარებენ. ტურბულენტობა კი, ბუნების ერთ-ერთი ამოუცნობი ფენომენია. თითქმის საუკუნენახევარია კაცობრიობა ცდილობს ამოხსნას რეინოლდსის მათემატიკური პრობლემა.

მეორე მხრივ, ატმოსფერული ჰაერი მრავალკომპონენტანია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ნაკადების მექანიკური მოძრაობის პარალელურად, შესაძლოა ადგილი ჰქონდეს, არამარტო ფაზურ გარდაქმნებს, არამედ ქიმიურ რეაქციებსაც, რომ არაფერი ვთქვათ ელექტრულ პრობლემებზე.

წინამდებარე ნაშრომი, მიზნად ისახავს, მოუძებნოს ახალ თეორიას კონკრეტული პრაქტიკული გამოყენება. შესაბამისად, ერთი მხრივ, ნაშრომი ხელს უწყობს ხსენებული თეორიული მიმართულების განვითარებას, მეორე მხრივ კი, მათზე დაყრდნობით, ცდილობს, აჩვენოს ფიზიკური ბუნება იმ პროცესებისა, რომლებიც მიმდინარეობენ ატმოსფეროში, კონკრეტულად ტორნადოში. ეს კი საკმაოდ საინტერესოს ხდის თეორიულ გამოკვლევას პრაქტიკული თვალსაზრისით.

ავტორის მიერ ტურბულენტური სიბლანტის ამსახველი ახალი გამოსახულებების ანალიზის საფუძველზე, ნაჩვენებია, რომ ეფექტური სიბლანტე

ტურბულენტურ ნაკადებში, ზოგიერთ რეჟიმებზე, შესაძლოა გახდეს უარყოფითი, რაც გამოიწვევს დიდი მოძრაობების გაძლიერებას მცირე მოძრაობების (მცირე გრიგალების) ენერჯის ხარჯზე. შესრულებულია ერთგანზომილებიანი ნაკადების ანალიზი ფურიეს მწკრივების გამოყენებით და ნაჩვენებია, რომ ტურბულენტური რხევების მთავარი სიხშირე ნაკადის გასწვრივ უცვლელია, ჩატარებულია ტორნადოში მიმდინარე პროცესების გაანგარიშება და ძირითადი მახასიათებლების განსაზღვრა სქემატიზებული მოდელის საფუძველზე. ნაჩვენებია, რომ ფაზური გარდაქმნების მონაცვლეობას ნაკადში, ასევე შესაძლოა მოჰყვეს ტორნადოს ენერჯის გაზრდა ატმოსფერული ჰაერის სითბოს ხარჯზე.

Summary

In the presented Doctoral Thesis, on "Mathematical Modeling of the Turbulent Aerodynamic Flows to Study with a View to Studying Extreme Natural Phenomena", there has been created a new methodology for modeling complex atmospheric processes and improving the performance of aircraft and aviation. The thesis raises the question - what is the theoretical basis for some remarkable natural phenomena.

In order to answer this question, it is necessary to recall how complex are atmospheric conditions. Due to the very large scales and the high enough speeds, the atmospheric flows are mostly of turbulent nature. Turbulence is one of the enigmatic natural phenomena. For nearly a century and a half, humanity has been tried to solve the Reynolds mathematical problem.

On the other hand, atmospheric air is multi-component, meaning that in parallel to the flows of mechanical motion, there may occur not only phase transformations, but also the chemical reactions, not to mention electrical issues.

The proposed work, being based on the mentioned basic research, is aimed at finding concrete practical application of a new theory. On the one hand, the work promotes the development of the mentioned theoretical orientation, and on the other hand, based on it, it tries to show physical nature of the processes occurring in the atmosphere, particularly in Tornado. This makes theoretical studies quite interesting in practical terms.

By the author, it has been shown that effective viscosity in the turbulent flows, in some regimes, may become negative that can cause strengthening of the large movements at the expense of energy of the small movements (small vortexes). An analysis of the one-dimensional flows is provided using the Fourier rows, and it has been shown that the main frequency of turbulent vibrations along the flow remains unchanged. Calculations of the processes calculating occurring in tornado were made, and the key characteristics have been determined based on a conceptualized model. It has been shown that the alternation of phase transformations in the flow may also result in the increase in tornado's energy at the expense of atmospheric air heat.

სარჩევი

შესავალი	13
თავი 1. ლიტერატურული მიმოხილვა.....	17
1.1. დინამიკური დატვირთვების ფაქტორი სტიქიური მოვლენების დროს.....	17
1.2 რთული ტურბულენტური ნაკადების მათემატიკური მოდელირების მეთოდები.	19
1.3 ატმოსფერული ნაკადების მოდელირების სპეციფიკური მათემატიკური მოდელები და სასაზღვრო ამოცანები.....	25
თავი 2. საფრენი აპარატების მოდელირების მიზნით გამოყენებულ დიფერენციალურ განტოლებათა გასაშუალების მეთოდოლოგიური საკითხები და დროის მასშტაბის შენახვის პრინციპი	33
2.1 რეინოლდსის მოძრაობის გასაშუალებული განტოლება და მისი დაზუსტება გარემოს კუმშვადობის გათვალისწინებით.....	33
2.2. რეინოლდსის მოდელი, როგორც კერძო შემთხვევა	34
2.3 დროში ინტეგრირების განსაკუთრებულობები რხევის პერიოდის ცვლილების პირობებში, ნავიე-სტოქსის განტოლების გასაშუალების შემთხვევაში.....	40
2.4. დროითი მასშტაბების მუდმივობა ერთ-განზომილებიან არასტაციონარულ ნაკადებში.....	44
2.5. მასის და ენერჯის პულსირებული ნაკადების საშუალო ვექტორები და მათი შენახვის კანონები.	48
2.6 მასის და ენერჯის შენახვის დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირება დროითი მასშტაბების ცვლილების გათვალისწინებით და დამატებითი განტოლებები ტურბულენტობის პრობლემის გადაჭრისათვის.....	51
2.7. უწყვეტობის განტოლება და დროის მასშტაბების შენახვის კანონი დინების გასწვრივ .	52
2.8. უწყვეტობის განტოლება და კორელაცია	53
თავი 3. ათვლის სისტემისაგან სკალარული პარამეტრების დამოუკიდებლობის პრინციპი და დამატებითი განტოლებები საფრენი აპარატების მოდელირებისათვის გამოყენებულ განტოლებათა სისტემისათვის.....	55
3.1. ათვლის სისტემისაგან სკალარული პარამეტრების დამოუკიდებლობის პრინციპი.	55
3.2. სკალარული პარამეტრების კერძო და სრული წარმოებულები V სიჩქარით მოძრავ სისტემაში.....	56
3.3. კერძო და სრული წარმოებულები ვექტორული პარამეტრებისათვის სისტემაში, რომელიც მოძრაობს ნაკადის საშუალო სიჩქარით	57

3.4 სკალარული პარამეტრების ათვლის სისტემისგან დამოუკიდებლობის პრინციპი და კორელაცია.....	58
თავი 4. მათემატიკური იგივეობა უწყვეტი გარემოს პარამეტრებისათვის და მათი დროში ინტეგრირების შედეგები	60
4.1. მათემატიკური იგივეობა სკალარული პარამეტრებისათვის კუმშვად გარემოში და სიმკვრივის რხევები.....	60
4.2. მათემატიკური იგივეობა სკალარული პარამეტრებისათვის უკუმშვად გარემოში.....	61
4.3. განტოლება სიმკვრივის რხევის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდისათვის.....	62
4.4. მათემატიკური იგივეობა პულსაციის ტენზორისათვის უკუმშვად გარემოში.....	63
4.5. მათემატიკური იგივეობა სიჩქარის ვექტორისათვის კუმშვად გარემოში და A_p კორელაცია.....	65
4.6. უწყვეტობის განტოლების მათემატიკური იგივეობა კუმშვად გარემოში და A_p კორელაცია.....	67
4.7. ვექტორების პერპენდიკულარობა და ტურბულენტური ნაკადების თვისებები. განტოლებები A_p და A ვექტორებისთვის.	68
თავი 5. საფრენი აპარატების მოდელირების მიზნით გამოყენებულ ნავიე-სტოქსის განტოლებათა გასაშუალება დროითი მასშტაბების სივრცეში ცვალებადობის გათვალისწინებით და ტურბულენტობა, როგორც ერთ-ერთი შესაძლო მექანიზმი მბრუნავ ნაკადებში მექანიკური ენერჯის გენერაციის გზით ატმოსფერული მოვლენების გაძლიერებისა	70
5.1. ენერჯის შენახვის დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირება დროის მასშტაბების ცვლილების გათვალისწინებით.....	71
5.2. ენერჯის განტოლება პულსაციებს შორის კორელაციის არარსებობის დროს	72
5.3. ენერჯის განტოლება უკუმშვადი სითხეებისათვის	73
5.4. კუმშვადი გარემოს მოძრაობის განტოლება დროის მასშტაბების გათვალისწინებით....	74
5.5. დამატებითი გამოსახულება განტოლებათა სისტემის ჩაკეტვისათვის.	76
5.6. ნიუტონის მოძრაობის კანონი არაინერციული სისტემებისათვის და პულსაციის ჯამური ტენზორის თავისებურება	77
5.7. ნიუტონის მოძრაობის კანონი არაინერციული სისტემებისთვის უწყვეტ გარემოში და ტურბულენტობა, როგორც სხვადასხვა მასშტაბების რხევების ერთობლიობა	78
5.8. სხვადასხვა წარმოშობის პულსაციების მახასიათებლებს შორის დამოკიდებულებები	81

5.9. განივი რხევების ტენზორის თვისებები და ნაკადის გასაშუალოებული დინების ხაზების გამრუდება.	83
5.10. გამოსახულება ტურბულენტური ძაბვის კოეფიციენტისთვის და ტურბულენტური ენერჯის გენერაციის სიჩქარისთვის.....	86
5.11. გამოსახულება ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯისთვის	88
5.12. რხევების იზონტროპულობა არაიზონტროპულ პროცესებში	92
5.13. მდგომარეობის გასაშუალოებული განტოლება იდეალური გაზისათვის პარამეტრების ტურბულენტური რხევების არსებობის პირობებში	94
5.14. ენტროპიის წარმოების განტოლება და დისიპაცია	95
5.15. უკუმშვადი გარემოს ტურბულენტური ნაკადის დინების ამსახველი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა.....	97
5.16. კუმშვადი გარემოს ტურბულენტური ნაკადის დინების ამსახველი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა.	98
5.17. ტურბულენტობა როგორც საოცარი მოვლენა, რომელიც შესაძლოა იყოს ერთერთი საფუძველი ტორნადოს დამანგრეველი ენერჯისა	100
5.18. უარყოფითი ტურბულენტური სიბლანტე და მისი არსებობის თეორიული ანალიზი.....	103
თავი 6. ატმოსფეროს სტიქიური ბუნებრივი მოვლენების პროგნოზირება სინოპტიკური პარამეტრების საფუძველზე საავიაციო ტრანსპორტის უსაფრთხო ფუნქციონირების მიზნით.....	108
6.1. ტორნადო, როგორც საოცარი ფენომენი	108
6.2. მარტივი სისტემების მისწრაფება ენტროპიის ზრდისკენ.....	111
6.3. რთული სისტემების ენტროპიის არაცალსახობა და მგრძობიარობა ფლუქტუაციების ან გარე შემფოთებების მიმართ	112
6.4. სისტემის სრული ენტროპიის მუდმივობა ფაზური გარდაქმნების დროს.....	119
6.5. კლასიკური ტორნადო, როგორც ღრუბლიანი ატმოსფეროს თანმდევი მოვლენა.....	122
6.6. ფაზების გამყოფი ზედაპირი, როგორც მაქსველის მოლეკულათა დამხარისხებელი..	126
6.7. დანადგარი, რომელსაც შეუძლია გარემოდან ენერჯის გენერირება	127
6.8. საავიაციო ტრანსპორტის სრულყოფილი ფუნქციონირების მიზნით, ციკლონებისა და ტორნადოს ტიპის ბუნებრივი მოვლენების შეფასების და პროგნოზირების ინტეგრალური მეთოდი	131

ნახაზების ნუსხა

ნახ.2.2.1 მყისა სიჩქარე W , როგორც საშუალო სიჩქარის V და პულსაციის $w = v + v_1 + v_2 + \dots + v_N$ ჯამი.....	35
ნახ. 2.2.2 პულსაციების მთავარი სისხირეები და მათი ცვალებადობა კუეტისდინებაში, ტეილორის ტოროიდალური გრიგალების წარმოშობის დროს.....	39
ნახ.2.2.3 კუეტის დინებაში ტეილორის გრიგალების წარმოშობის და ტურბულენტობაზე გადასვლის ამსახველი ფოტოები	40
ნახ.2.3.1 სკალარული პარამეტრის $S = S(t)$ და მისი საშუალო მნიშვნელობის $\bar{S} = \bar{S}(t)$ ცვალებადობა დროში, რომელიც შეიძლება დააფიქსიროს მზომმა ხელსაწყომ ნაკადში გადაადგილების დროს	42
ნახ.2.4.1 წნევის რხევები პერიოდული ნაკადის სხვადასხვა კვეთში	46
ნახ. 4.7.1 საშუალო სიჩქარე, ენერჯიის ჯამური ნაკადი და კორელაცია A_r სიხშირის გრადიენტის A მართობ სიბრტყეზე	68
ნახ.5.7.1 სიჩქარის ცვალებადობის დიაგრამა, როდესაც პულსაციები გამოწვეულია ერთი მთავარი ჰარმონიკის თანმდევი რხევებით.....	78
ნახ.5.7.2 სიჩქარის ცვალებადობის დიაგრამა, როდესაც პულსაციები გამოწვეულია ორი მთავარი ჰარმონიკის თანმდევი რხევებით.....	78
ნახ.5.9.1 გასაშუალებული დინების ხაზების გამრუდებადისიპაციის არსებობის გამო.....	83
ნახ.5.12.1 არაიზონტროპული პროცესი ჩაკეტილ სივრცეში, რომელშიც მდგომარეობის პარამეტრები განიცდიან რხევას ზედაპირიდან მიღებული შემფოთებების გამო.....	92
ნახ.5.17.1 ვ. შაუბერგერის ანტილოპას რქის ფორმის არხი.....	101
ნახ. 5.17.2 ხახუნის ძალის დამოკიდებულება დაგრეხილ არხში სითხის დინების დროს ვ. შაუბერგერის ექსპერიმენტარული გაზომვის შედეგების მიხედვით	102
ნახ.6.1.1 ციკლონის ცენტრი, ე.წ. „ხარის თვალი“, ან „ქარიშხალის თვალი“	109

ნახ.6.1.2 ტორნადო - ღრუბლიანი ატმოსფეროს მძლავრი დაღმავალი, მბრუნავი ნაკადი.....	109
ნახ.6.4.1. ენტროპიის ცვალებადობა არაწონასწორული ფაზური გარდაქმნებისას იზოლირებულ სისტემაში.....	120
ნახ.6.5.1 ტორნადოში მიმდინარე პროცესების თეორიული ციკლი.....	123
ნახ.6.5.2 ტორნადოს პრინციპული სქემა.....	124
ნახ.6.6.1 სითხის და უჯერი ტენიანი გაზის გამყოფი ზედაპირი, როგორც მოლეკულათა მაქსველისეული დამხარისხებელი.....	126
ნახ.6.7.1 დანადგარში მიმდინარე პროცესის თერმოდინამიკური ციკლი.....	128
ნახ.6.7.2 დანადგარის პრინციპული სქემა და პარამეტრები.....	130
ნახ.6.8.1 ვერტიკალური ნაკადის სქემა.....	137
ნახ.6.8.2 ტორნადო მიწის ზედაპირთან.....	140

ცხრილები

ცხრილი	
6.8.1.....	144
ფუმიტას შკალა	
6.8.2.....	145

მადლიერება

ავტორი დიდად მადლობელია სამეცნიერო ხელმძღვანელის საქართველოს მეცნიერებისა და ტექნიკის დარგის სახელმწიფო პრემიის ლაურეატის, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორის, პროფესორი გელა ყიფიანის მიმართ იმ კონსულტაციების, ყურადღებისა და პრაქტიკული დახმარებისთვის, რასაც მუდმივად გრძნობდა სადოქტორო ნაშრომზე მუშაობის დროს.

ასევე მადლიერებას გამოხატავს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიმართ გაწეული ფინანსური მხარდაჭერისთვის.

შესავალი

თემის აქტუალობა: თანამედროვე ავიაციის განვითარებისათვის და საავიაციო ინდუსტრიის ნორმალური ფუნქციონირებისათვის უმნიშვნელოვანეს ამოცანას წარმოადგენს ატმოსფეროში მომდინარე პროცესების პროგნოზირება და მოულოდნელ ცვლილებებზე ადექვატური რეაგირება, რაც აუცილებელს ხდის ბუნებაში მომდინარე პროცესების ფიზიკური არსის ღრმად წვდომას. ამასთან ერთად, ცნობილია ბუნებრივი მოვლენები, რომლებიც გასაოცარი თვისებებით ხასიათდებიან და მათი ფიზიკური ბუნების ახსნა, ამჟამად აღიარებული თეორიების საფუძველზე არ ხერხდება. მათ განეკუთვნებიან ატმოსფეროს ექსტრემალური მოვლენებიც, რომლებიც კოლოსალური დამანგრეველი ენერგიით ხასიათდებიან. შესაბამისად, მეცნიერები სვამენ კითხვას, რა არის თეორიული საფუძველი საოცარი ჰიდროდინამიკური და აეროდინამიკური ბუნებრივი მოვლენებისა, რომელთა ფიზიკური არსი დღემდე ბოლომდე შესწავლილი არ არის.

იმისათვის რომ პასუხი გაეცეს ამ შეკითხვას, საჭიროა გავიხსენოთ თუ რა რთულ ხასიათს ატარებენ ატმოსფერული მოვლენები. ძალიან დიდი მასშტაბებისა და საკმაოდ მაღალი სიჩქარეების გამო, ატმოსფერული ნაკადები, უმეტეს შემთხვევაში ტურბულენტურ ხასიათს ატარებენ. ტურბულენტობა კი, ბუნების ერთ-ერთი ამოუცნობი ფენომენია. თითქმის საუკუნენახევარია კაცობრიობა ცდილობს ამოხსნას რეინოლდსის მათემატიკური პრობლემა.

მეორეს მხრივ, ატმოსფერული ჰაერი მრავალკომპონენტურია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ნაკადების მექანიკური მოძრაობის პარალელურად, შესაძლოა ადგილი ჰქონდეს, არამარტო ფაზურ გარდაქმნებს, არამედ ქიმიურ რეაქციებსაც, რომ არაფერი ვთქვათ ელექტრულ მოვლენებზე.

შესაბამისად, თეორიული კვლევები იმისათვის, რომ პასუხი გაეცეს დასმულ შეკითხვას ძალზედ აქტუალურია.

დისერტაციის მიზანი: წინამდებარე ნაშრომი, ემყარება რა აეროდინამიკის სფეროში არსებულ ფუნდამენტურ გამოკვლევებს და უკანასკნელ პერიოდში საქართველოში მიღებულ უახლეს თეორიულ შედეგებს, მიზნად ისახავს, შექმნას საავიაციო ტრანსპორტის ფუნქციონირების პროცესში ექსტრემალური ბუნებრივი

პროცესების ანგარიშისა და პროგნოზირებისათვის მისაღები მეთოდოლოგია და საფრენი აპარატების კონსტრუირებისა და ოპტიმიზაციისათვის, ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებისა და შესწავლისათვის განკუთვნილი სრულყოფილი მოდელი. შესაბამისად, ერთის მხრივ, ნაშრომი ხელს უწყობს ხსენებული თეორიული მიმართულების განვითარებას, მეორეს მხრივ კი, მათზე დაყრდნობით, ცდილობს, აჩვენოს ფიზიკური ბუნება იმ პროცესებისა, რომლებიც მიმდინარეობენ ატმოსფეროში, კონკრეტულად ტორნადოში. ეს კი საკმაოდ საინტერესოს ხდის თეორიულ გამოკვლევას პრაქტიკული თვალსაზრისით. შესაბამისად, სამუშაო მოიცავს ორ ძირითად მიზანს:

1. ჩატარდეს ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემის ინტეგრების დროს მიღებული ტრადიციული მიდგომების ანალიზი და გამოიკვეთოს ტურბულენტობის პრობლემის წარმოშობის მიზეზები. მოხდეს ანალიზი საქართველოში მიღებული ტურბულენტობის ახალი მოდელისა, რომელიც დაფუძნებულია ნავიე-სტოქსის განტოლებათა ზუსტი ინტეგრირებით მიღებულ ახალ განტოლებათა სისტემაზე, რომელიც არ შეიცავს არანაირ ემპირიულ კოეფიციენტს და დამატებით დაშვებებს. შესაბამისად, თეორიულად გაანალიზდეს ექსტრემალური ხასიათის ატმოსფერული მოვლენების დროს დამანგრეველი ენერჯის წარმოშობის თეორიული წინაპირობები.

2. შესწავლილი იქნას ფაზური გარდაქმნების გავლენა ატმოსფერული პროცესების დინამიკაზე ტორნადოს ტიპის ექსტრემალურ მოვლენებში. შეიქმნას საინჟინრო გაანგარიშებებისათვის მისაღები შედარებით მარტივი მათემატიკური მოდელი ტორნადოს პარამეტრების შეფასებისა და პროგნოზირებისათვის .

მეცნიერული სიახლე: წარმოდგენილ სადოქტორო ნაშრომში, საავიაციო ტრანსპორტის და საფრენი აპარატების სრულყოფილი ფუნქციონირების მიზნით, ავტორის მიერ შექმნილია ატმოსფეროს სტიქიური მოვლენების ანგარიშისა და პროგნოზირებისათვის ორიგინალური მეთოდოლოგია. ტურბულენტური სიბლანტის ამსახველი ახალი გამოსახულებების ანალიზის საფუძველზე, ნაჩვენებია, რომ ეფექტური სიბლანტე ტურბულენტურ ნაკადებში, ზოგიერთ რეჟიმებზე, ლოკალურ არეებში, შესაძლოა გახდეს უარყოფითი, რაც გამოიწვევს დიდი მოძრაობების გაძლიერებას მცირე მოძრაობების (მცირე გრიგალების) ენერჯის

ხარჯზე. შესრულებულია ერთგანზომილებიანი ნაკადების ანალიზი ფურიეს მწკრივების გამოყენებით და ნაჩვენებია, რომ ტურბულენტური რხევების მთავარი სიხშირე ნაკადის გასწვრივ უცვლელია, შექმნილია ტორნადოს პარამეტრების ანგარიშისათვის მისაღები სქემატიზირებული მოდელი. ჩატარებულია ტორნადოში მიმდინარე პროცესების გაანგარიშება და ძირითადი მახასიათებლების განსაზღვრა. ნაჩვენებია, რომ, ფაზური გარდაქმნების მონაცვლეობას ნაკადში, ასევე შესაძლოა მოჰყვეს ტორნადოს ენერჯის გაზრდა ატმოსფერული ჰაერის სითბოს ხარჯზე. შექმნილია სრულიად ახალი, ორიგინალური მოდელი ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებისათვის, რომელიც არ ემყარება რაიმე სახის დამატებითი ემპირიული კოეფიციენტების გამოყენებას.

მეთოდოლოგია - როგორც ატმოსფეროს სტიქიური მოვლენების პროგნოზირების მეთოდოლოგია, ისე საფრენი აპარატების მოდელირებისათვის შექმნილი მათემატიკური მოდელი, მთლიანად ეფუძნებოდა კლასიკური აეროდინამიკის, უწყვეტი ტანის მექანიკის და თერმოდინამიკის ფუნდამენტურ პრინციპებს და ამ პრინციპების გამოყენებით შემუშავებულ თეორიულ კონცეფციებს, კონკრეტულად, ნავიე-სტოქსის განტოლებების ინტეგრებით მიღებულ ფუნდამენტურ განტოლებათა სისტემას და ციკლური პროცესების თერმოდინამიკური ანალიზის მეთოდებს. აღნიშნული განპირობებულია იმით, რომ მსგავსი მოვლენების პარამეტრების ექსპერიმენტალური შესწავლა ძალზედ შეზღუდულია.

მიღებული შედეგების პრაქტიკული ღირებულება: ნაშრომში მიღებული მეცნიერული შედეგები საშუალებას იძლევა მივუახლოვდეთ უწყვეტ გარემოში მიმდინარე პროცესების ფიზიკურ არსს, რაც იძლევა საშუალებას, განვითარდეს მეთოდოლოგიური საფუძვლები ატმოსფეროს სტიქიური ბუნებრივი მოვლენების პროგნოზირებისათვის. შესაბამისად, იგი ემსახურება ისეთი კვლევითი პროგრამების შექმნას, რომელიც დააინტერესებს ავიაციის, აეროკოსმოსური, ატმოსფეროს ფიზიკის, ჰიდროდინამიკის, ენერჯეტიკის და ა.შ. პრობლემებზე მომუშავე წამყვან სამეცნიერო და კვლევით ცენტრებს.

შედეგების უტყუარობა განპირობებულია იმით რომ ატმოსფეროში მიმდინარე ექსტრემალური პროცესების შესწავლის მიზნით გამოყენებულია თეორიული მეთოდები, რომლებიც ემყარებიან არა რაიმე დაშვებებს და ემპირიულ სიდიდეებს, არამედ კლასიკური თერმოდინამიკის, უწყვეტი ტანის მექანიკის და ტენზორული აღრიცხვის ფუნდამენტურ პრინციპებს. აღნიშნულ მეთოდებზე დაყრდნობით, ტორნადოს პარამეტრების ანგარიშისთვის შექმნილი სქემატიზებული მოდელის გამოყენებით მიღებული შედეგები ხასიათდება სხვადასხვა ავტორთა მიერ მიღებულ შედეგებთან დამაკმაყოფილებელი თანადამთხვევით.

ნაშრომის აპრობაცია: დოქტორის აკადემიური ნაშრომის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იქნა:

- საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სტუდენტთა მე-9 ღია სამეცნიერო-ტექნიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 25-26 მაისი 2015 წ.)
- საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სტუდენტთა მე-10 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 25-26 მაისი 2016 წ.)
- საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებულ საერთაშორისო კონფერენციაზე „უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები“ (ბათუმი, 5-9 სექტემბერი 2016 წ.)
- ერევნის ნაციონალურ არქიტექტურულ-სამშენებლო უნივერსიტეტში მე-8 საერთაშორისო კონფერენციაზე „მშენებლობისა და არქიტექტურის პრობლემები“ (ერევანი, სომხეთი 26-28 ოქტომბერი 2016 წ.)
- საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის სტუდენტთა მე-11 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 25-26 მაისი 2017 წ.)
- საერთაშორისო კონფერენცია „დიფერენციალი და დიფერენციალურ განტოლებათა გამოყენება“ (პორტუგალია, ამადორა, 5-9 ივნისი, 2017 წელი)

პუბლიკაციები. დოქტორის აკადემიური ხარისხის სადისერტაციო თემაზე გამოქვეყნებულია 7 სამეცნიერო ნაშრომი და 7 მოხსენებათა თეზისი.

ნაშრომის მოცულობა. დისერტაცია შედგება შესავლის, 6 თავის, დასკვნების და გამოყენებული ლიტერატურისა . იგი შეიცავს, 156 გვერდს, მათ შორის 22 ნახაზს 2 ცხრილს. ლიტერატურა მოიცავს 87 დასახელებას.

თავი 1. ლიტერატურული მიმოხილვა

1.1. დინამიკური დატვირთვების ფაქტორი სტიქიური მოვლენების დროს

საფრენი აპარატების გაანგარიშებისას და სხვადასხვა ტიპის დანადგარების პროექტირებისას უმნიშვნელოვანეს ფაქტორს წარმოადგენენ ის დინამიკური დატვირთვები, რომლებიც წარმოიშებიან ბუნების სტიქიური მოვლენების დროს (ატმოსფეროს ტურბულენტობა, ძლიერი გრიგალური ქარები და ტორნადოები). თითოეული ეს სტიქიური მოვლენა წარმოადგენს ურთულეს დინამიკურ პროცესს, რომელთა შესწავლა საკმაოდ რთულ ამოცანას წარმოადგენს. პროცესების სტიქიური ხასიათის გამო, მსგავსი მოვლენების ექსპერიმენტული გამოკვლევა და უშუალო გაზომვები, უმეტეს შემთხვევაში, პრაქტიკულად შეუძლებელია. ამიტომ, ასეთი პროცესების შესწავლისას, ძირითად საშუალებად რჩება ფიზიკური და რიცხვითი მოდელირება.

პროცესების ფიზიკური მოდელირება, ანუ მოდელირება ლაბორატორიულ პირობებში შესაძლებელია იმ შემთხვევაში, როდესაც დაცულია ექსპერიმენტული პროცესისა და შესასწავლი ფიზიკური მოვლენის მსგავსების აუცილებელი პირობები. რაც იმას ნიშნავს, რომ მსგავსების კრიტერიუმები ექსპერიმენტალურ და რეალურ პროცესებში არის ერთნაირი. ასეთი პირობების დაცვა შესაძლებელია მხოლოდ ზოგიერთი, ძირითადად სტაციონარული პროცესების შესწავლისას.

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც ადგილი აქვს ურთულეს ერთობლივ დინამიკურ პროცესებს როგორც გარემოში, ისე შენობა-ნაგებობებში, სავალდებულო ხდება ერთდროულად რამდენიმე კრიტერიუმის დაცვა, რაც, პრაქტიკულად შეუძლებელი არის.

შესაბამისად, სტიქიური მოვლენების ზემოქმედების შესწავლისას უმნიშვნელოვანეს ინსტრუმენტად რჩება პროცესების შესწავლა მათემატიკური მოდელირების გზით. ბუნებრივია, რომ წინამდებარე ნაშრომი არ ითვალისწინებს სტიქიური მოვლენების სრული სპექტრის შესწავლას. ჩვენ მიზნად დავისახეთ დავხვეწოთ მათემატიკური მოდელი ტურბულენტური ნაკადებისა, რაც მოგვცემს საშუალებას თეორიულად გავაანალიზოთ ატმოსფერული მოვლენები, მათ შორის, ისეთი სტიქიური მოვლენა, როგორცაა ტორნადო და შევექმნათ საინჟინრო

თვალსაზრისით გამოსადეგი მეთოდიკა იმ დინამიკური ძალების განსაზღვრისათვის, რომლებიც წარმოიშობა მსგავსი სახის მოვლენის ზემოქმედებისას შენობა-ნაგებობებზე.

ჩრდილოეთ ამერიკაში ათასამდე ტორნადო ფიქსირდება. ტორნადოს შეუძლია გამოიწვიოს დიდი მატერიალური ზარალი და შეიწიროს დიდი რაოდენობით ადამიანების სიცოცხლე.

ტორნადოები პერიოდულად შეინიშნება ევროპაშიც (რუსეთის ტერიტორიაზე) დღეისათვის დაგროვილია დიდი რაოდენობით მონაცემი ამ სფეროში [72]. არსებობს ასევე უამრავი ირიბი მონაცემი, რომლებიც საშუალებას იძლევა შევაფასოთ მისი მახასიათებლები და დამანგრეველი ძალა.

მიუხედავად იმისა, რომ არსებობს ტორნადოების წარმოშობის და გაქრობის სხვადასხვა ჰიპოთეზა, სიტბოსა და მასის ცვლის დინამიკური პროცესების ბევრი მექანიზმი დღემდე ბოლომდე შესწავლილი არ არის.

არ არის სათანადო სანდოობით განსაზღვრული ტორნადოს წარმოშობის პირობები, არ არსებობს სრულყოფილი მონაცემები ტორნადოებში მიმდინარე იმ პროცესების შესახებ, რომლებიც უზრუნველყოფენ მათ სტაბილურ არსებობას. ხშირად ის მექანიზმები, რომლებსაც განიხილავენ ტორნადოების მდგრადობის მიზეზს, გამოიყურებიან ეგზოტიკურად, ხოლო მათი თეორიული საფუძვლები უმეტეს შემთხვევებში საკამათოა.

ამასთან ერთად, ბევრი ფაქტი, რომელთა დაკვირვებაც შეგვიძლია ტორნადოებში, შეიძლება ახსნილი იქნას ორფაზიანი დინებების ჰიდროდინამიკური განტოლებების საფუძველზე. ამ თვალსაზრისით საინტერესო ინფორმაციას იძლევიან ნატურალური და ლაბორატორიული კვლევის შედეგებიც.

ნაშრომში [38] მიღებულია კრიტერიუმი, რომელიც გვიჩვენებს ციკლონიდან ან დიდი მასშტაბის ღერძსიმეტრიული მოძრაობიდან განშტოებული მოძრაობის წარმოშობის პირობებს, რაც შესაძლოა მიჩნეული იქნას, როგორც ტორნადოს წარმოშობის პირობა. რაოდენობრივად ამ კრიტერიუმის ზღვრული მნიშვნელობა დადგენილი იქნა ტორნადოების ექსპერიმენტული დაკვირვებების საფუძველზე. ნაშრომში [32], იმ სქემის საფუძველზე, რომელიც მოცემულია ნაშრომში [72],

ფორმულირებულია ტორნადოს ძაბრისებრ ნაწილში ორფაზიანი ნაკადის საანგარიშო მათემატიკური მოდელი. სტაციონარული დინებისათვის, როდესაც ორთქლის კონდენსაცია ხდება ტორნადოს ძაბრის კედლებზე, მიღებულია ამონახსნი, რომელიც გვიჩვენებს ორფაზიანი ნაკადის პარამეტრების განაწილებას. ნაჩვენებია, რომ გარკვეულ პირობებში, კონდენსაციის დროს გამოყოფილი ენერგია საკმარისია იმისათვის, რომ შევინარჩუნოთ ტორნადოების სტაბილურობა.

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ კონდენსაციის ენერგია, რომელიც, როგორც წესი, გამოიყოფა სითბოს სახით, არ შეიძლება განვიხილოთ პირდაპირ როგორც ის ენერგია, რომელსაც შეუძლია წარმოშვას გამწოვი ან დამჭირხნი ეფექტი. ასეთი დასკვნის გაკეთება შესაძლებელი იქნებოდა იმ შემთხვევაში, თუკი მოხდებოდა ენერგიის გამოყოფა მექანიკური სახით. შესაბამისად, ამ შემთხვევაში, ტორნადოს აღნიშნულ ნაწილში უნდა არსებობდეს ისეთი თერმოდინამიკური პროცესი (ან პროცესთა ერთობლიობა), რომელიც განაპირობებს გამოყოფილი სითბოს გარდაქმნას მექანიკურ ენერგიად. ერთ-ერთ ასეთ ეფექტად შეიძლება ჩაითვალოს თერმო-გრავიტაციული ეფექტი (ანუ მსუბუქი, თბილი მასების მოძრაობა გრავიტაციული ძალების საწინააღმდეგოდ). ამასთან ერთად უნდა აღინიშნოს რომ ტემპერატურული სხვაობით გამოწვეული გამწოვი ეფექტი და ნაკადების სიჩქარე მაშინაც კი არ არის ძალიან მაღალი, როდესაც ტემპერატურათა სხვაობა რამდენიმე ასეული გრადუსია. ატმოსფეროში, სადაც ფენებს შორის სხვაობა არ სცილდება 10-20 გრადუსს, გაუგებარია როგორ იზადება სითბოდან ისეთი სიძლიერის დამჭირხნი ეფექტი, როგორითაც ხასიათდება ტორნადო. სწორედ ამიტომ, ტორნადო ითვლება ერთ-ერთ მისტიურ მოვლენად, რომლის საიდუმლოების ბოლომდე ახსნაც დღემდე არაა მიღწეული.

1.2 რთული ტურბულენტური ნაკადების მათემატიკური მოდელირების მეთოდები.

ზოგად შემთხვევაში სითხისა და გაზის მოძრაობის შესწავლისას გამოიყენება ნავიე-სტოქსის განტოლებათა ფუნდამენტური სისტემა, რომელიც შეიცავს მასის და ენერგიის შენახვის ორ სკალარულ დიფერენციალურ განტოლებას და ერთ ვექტორულ განტოლებას მოძრაობის განტოლების სახით. ამგვარად გვაქვს ჯამში

ხუთი დიფერენციალური განტოლება ხუთი უცნობისათვის, რომელთაგანაც ორი წარმოადგენს მდგომარეობის პარამეტრს, ხოლო სამი შეესაბამება სიჩქარის ვექტორის მდგენელებს.

ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემა წარმოადგენს უმთავრეს მათემატიკურ ინსტრუმენტს სითბოსა და მასის ცვლის ამოცანების ამოსახსნელად და ეს სისტემა განსაკუთრებით მოსახერხებელია, როდესაც იხილება ლამინალური მოძრაობები.

კომპიუტერული ტექნიკის სიმძლავრის არსებითი ზრდისა და რიცხვითი მოდელირების მეთოდების სრულყოფის მიუხედავად, იმ ამოცანების გადაწყვეტისას, რომლებშიც ჭარბობს ქაოსი (ტურბულენტური ნაკადები), ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემა აღმოჩნდა უძლური და ნაკლებად ეფექტური. უზარმაზარი მასშტაბების ნაკადებში უმცირესი გრიგალების გაანგარიშებების წარმოება საკმაოდ ძნელი და ძვირი სიამოვნებაა. ხოლო მეცხრამეტე საუკუნის მეორე ნახევარში ეს გახლდათ წარმოდგენელი ამოცანა.

ამ პრობლემის თავიდან ასაცილებლად გამოჩენილმა ინგლისელმა მეცნიერმა ოსბორნ რეინოლდსმა, სითხეების და გაზების დინამიკაში ფუძემდებელი ნაშრომების ავტორმა, მეცხრამეტე საუკუნის მიწურულს წარმოადგინა ასეთი დინებების შესწავლის ახალი მეთოდოლოგია. ამისათვის საწყისი განტოლებების ინტეგრირების გზით მან შემოგვთავაზა დიფერენციალური განტოლებების გასაშუალებული სისტემა. თუმცა ასეთ სისტემაში გაჩნდა პულსაციური ძაბვების ტენზორი ექვსი უცნობი კომპონენტით, რომელთა პოვნა გახდა აქილევსის ქუსლი უწყვეტი გარემოს კლასიკური მექანიკის მწყობრ სისტემაში. ეს ტენზორი წარმოადგენს ნაკადის სიჩქარის პულსაციის მყისა ტენზორის დროში საშუალო მნიშვნელობას. აღნიშნული ტენზორის შესწავლას მიეძღვნა მრავალი გამოჩენილი მეცნიერის ნაშრომი.

ერთ-ერთი პირველთაგანი მათ შორის იყო ფრანგი მეცნიერი ჟოზეფ ვალენტინ ბუსინესკი. რეინოლდსზე ოდნავ ადრე მან წარმოადგინა თავისი განტოლებები, რომელშიც მან შემოგვთავაზა ტურბულენტურ ნაკადში ეფექტური ძაბვების განსაზღვრის ორიგინალური ხერხი. გულისხმობდა რა ბლანტი დინების გარკვეული ანალოგიის არსებობას, მეცნიერმა შემოგვთავაზა ტურბულენტური

მაზვის განსაზღვრა გასაშუალებული მოძრაობის დეფორმაციის ტენზორის საფუძველზე.

ამგვარად, ბუსინესკმა ქაოტური გარემოს შესასწავლად, შემოგვთავაზა ფენომენოლოგიური მიდგომა.

ფენომენოლოგიური მიდგომის თანახმად, თუკი ქაოტურ გარემოში ცნობილია მასის, ენერჯის და იმპულსის ნაკადების გასაშუალებული მნიშვნელობები, ამ პარამეტრების საფუძველზე შეიძლება ჩაიწეროს შენახვის ფუნდამენტური განტოლებები.

ტურბულენტობის მოდელები, რომლებიც დაფუძნებულია ბუსინესკის ჰიპოთეზაზე (ან ტურბულენტური სიბლანტის მოდელებზე), დღემდე გამოიყენება ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებაში, რადგან ამ ჰიპოტეზის ფარგლებში, რეინოლდსის განტოლებების ჩაკეტვის პრობლემა დაყვანილია მხოლოდ ორი სკალარული პარამეტრის (ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტის და კინეტიკური ენერჯის) განსაზღვრამდე ნაცვლად ტენზორის ექვსი კომპონენტისა.

პირველ ეტაპზე, ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი ითვლებოდა მუდმივ სიდიდედ, თუმცა მალევე ნათელი გახდა, რომ ამგვარი დაშვება ძალზე უხეშია.

ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტის შესწავლის პრობლემა გახდა მე-19 და მე-20 საუკუნის მექანიკის ძირითადი ამოცანა.

ამგვარი ტიპის ტურბულენტობის პირველი რეალური მოდელი, რომელიც ეკუთვნოდა ლ. პრანდტლს დღემდე თამაშობს მნიშვნელოვან როლს ტურბულენტობის თეორიაში და წარმოადგენს შემდგომში წარმოქმნილი ტურბულენტობის მოდელების ელემენტს. განმსაზღვრელი წვლილი ამ მიმართულების განვითარებაში შეიტანეს ტ. კარმანის, ა.ნ. კოლმოგოროვის, ი. როტის, ფ. კლაუზერის და სხვათა ნაშრომებმა.

მოგვიანებით შემუშავდა ერთგანტოლებიანი (Bradshaw, Atwell) და ორგანტოლებიანი მოდელები, რომელშიც ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი განისაზღვრება კოლმოგოროვის და ტეილორის ფუნდამენტური

ფიზიკური არგუმენტების ბაზაზე. კერძოდ, ტურბულენტური ნაკადის სიბლანტის განსაზღვრის თვალსაზრისით სერიოზულ ყურადღებას იმსახურებენ სეკუნდოვის, ბოლდუინ-ბართის, გოლდბერგის, სპალარტ-ალმარასის, მენტერის და სხვათა ერთგანტოლებიანი მოდელები [47,54].

ორგანტოლებიანი მოდელების შექმნის მიმართულებით ძალიან დიდი სამუშაოები იქნა ჩატარებული ლაუნდერის და სპოლდინგის მიერ. მათ მიერ შემუშავებული K - ექსილონ მოდელი გასული საუკუნის ბოლო ათწლეულის ჩათვლით ყველაზე ფართოდ გამოიყენებოდა ტურბულენტური ნაკადების კვლევისას [39,40,45]. მაგრამ, ამ მოდელს აქვს აშკარა ნაკლოვანება, როდესაც იხილება ნაკადები წნევის უარყოფითი გრადიენტით. ამის გამო, მოგვიანებით საფმანის, უილკოქსის, ალბერის, მენტერის და სხვა მეცნიერთა მიერ შეიქმნა თანამედროვე k -ომეგა მოდელი [31,47,59,60,62]. ამჟამად ფართოდ გამოიყენება უილკოქსის, პენგ-დევიდსონის, ბრედბერგ-პენგ-დევიდსონის მოდელები, რომლებშიც ასევე გამოიყენება სხვადასხვა ემპირიული პარამეტრები. თეორიული საფუძვლები ორ-განტოლებიანი მოდელებისათვის შექმნილია კოლმოგოროვის მიერ. ამ თეორიის შესაბამისად, კოლმოგოროვის მიერ დადგენილია კავშირი ისეთ პარამეტრებს შორის, როგორცაა ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯია, ტურბულენტური სიბლანტე და დისიპაცია.

ტურბულენტური დინებების მოდელირების საკითხებით წარმატებულად დაკავებული არიან წამყვანი საგანმანათლებლო, სამეცნიერო და კვლევითი ცენტრები მთელს მსოფლიოში. ამჟამად შემუშავებულია და წარმატებით გამოიყენება ტურბულენტობის მრავალი მოდელი, რეინოლდსის ძაბვების მოდელი (RSM), ალგებრული მოდელები, K –ექსილონ და K –ომეგა, არახაზოვანი მოდელები და სხვ. ამ მოდელებში დამახასიათებელი პარამეტრების (ტურბულენტობის ენერჯიის, მასშტაბების, დისიპაციის) და მათი გადატანის კანონების განსაზღვრისათვის გამოიყენება სხვადასხვა ჰიპოთეზები და ემპირიული კოეფიციენტები.

ტურბულენტობის თეორიული პრობლემის გადაწყვეტაში ეტაპობრივი მნიშვნელობა აქვს კოლმოგოროვის ფუნდამენტურ თეორიას. ამასთან ერთად, იმის გამო, რომ ამ თეორიის საფუძველზე არ ხერხდება პრობლემის სრულად გადაწყვეტა, აღნიშნულ სფეროში არსებულ ფუნდამენტურ გამოკვლევათა უმეტესობაში ტურბულენტური ნაკადის ძირითადი მახასიათებლების (ტურბულენტობის გენერაცია, დისიპაცია, კინეტიკური ენერგია, ტურბულენტური სიბლანტე) განსაზღვრისათვის, გარდა აღნიშნული თეორიისა, ასევე ემყარებიან სხვადასხვა ემპირიულ თუ ნახევრად ემპირიულ მოსაზრებებს და კონცეფციებს, რომლებიც, ამ მახასიათებლების განსაზღვრისას, ემყარებიან სხვადასხვა ემპირიულ კოეფიციენტებს და ხაზოვან მასშტაბებს. ამასთან, ეს მასშტაბები, პირდაპირ ან ირიბად დაკავშირებულნი არიან ტურბულენტური გრიგალების ზომებთან და მათ სტატისტიკურ მახასიათებლებთან. ტურბულენტობის სფეროში იმ თეორიულ ნაშრომთა წილი, რომლებშიც გამოიყენება დროითი მასშტაბები გაცილებით მცირეა [49] და შეიძლება ითქვას, რომ ეს ტენდენცია უკანასკნელ პერიოდში შეინიშნება.

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტში და ქუთაისის ტექნოლოგიურ აკადემიაში შესრულებული თეორიული გამოკვლევები განსხვავდება აღნიშნულ სფეროში არსებული ნაშრომებისაგან იმით, რომ ტურბულენტობის თეორიული პრობლემის გადასაწყვეტად, მასში ძირითადი აქცენტი გადატანილია ტურბულენტობის დროითი მასშტაბების შემოღებაზე.

შესრულებული თეორიული გამოკვლევებით ნაჩვენებია, რომ ტურბულენტობის მათემატიკური პრობლემის წარმოშობის უმთავრეს მიზეზს წარმოადგენს დროითი მასშტაბების უგულებელყოფა. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ თუკი პულსაციების პერიოდი სივრცის მიხედვით ცვალებადია, ნავიე-სტოქსის განტოლებათა დროში ინტეგრება არ იძლევა რეინოლდსის განტოლებათა სისტემას. რეალურად, რეინოლდსის სისტემა მიიღება მასის, ენერგიის და იმპულსის ინტეგრალური ნაკადების შენახვის კანონების საფუძველზე. შესაბამისად, იმის გამო, რომ რეინოლდსის განტოლებათა სისტემის მართებულობა ძალაშია, მისი სხვაობა ნავიე-სტოქსის განტოლებათა ზუსტი ინტეგრირების

შედეგებთან იძლევა ძალიან მნიშვნელოვან დამატებით განტოლებებს ტურბულენტობის პრობლემის გადასაჭრელად.

ახალი თეორიის ავტორთა ნაშრომებში [14-20] ნაჩვენებია, რომ დროითი მასშტაბების გამოყენება უწყვეტი ტანის მექანიკის ფუნდამენტური პრინციპების (კერძოდ სკალარული პარამეტრების და ჯამური ძალების ათვლის სისტემისაგან დამოუკიდებლობის პრინციპების) გათვალისწინებით, შესაძლებელს ხდის გადაიჭრას ტურბულენტობის პრობლემა. კერძოდ, შემოთავაზებულია განტოლებათა ჩაკეტილი სისტემა [1-4], რომელიც ზუსტია უკუმშველი გარემოსათვის და მისაღებია, მაღალი სიზუსტით, კუმშვადი გარემოსათვის.

ამგვარად, შექმნილია სრულიად ახალი თეორია და ორიგინალური მოდელი ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებისათვის, რომელიც არ ემყარება რაიმე სახის დამატებითი ემპირიული კოეფიციენტების გამოყენებას.

აღნიშნული მოდელის საფუძველზე შესაძლებელია შეიქმნას მძლავრი, თანამედროვე, კომპიუტერული პროგრამა სატრანსპორტო, ენერგეტიკულ და სხვა ტიპის დანადგარებში სითბოსა და მასის ცვლის პროცესების მოდელირებისათვის, რომელიც გახდება საავიაციო, აეროკოსმოსური, ატმოსფერული და სხვა აეროჰიდროდინამიკური პროცესების კვლევითი ცენტრების ინტერესის საგანი.

ამავდროულად, კვლევის შედეგებს უდიდესი მნიშვნელობა აქვს უწყვეტი ტანის მექანიკის ფუნდამენტური თეორიის განვითარებისათვის.

2015 წელს საქართველოს მათემატიკის ინსტიტუტებს და წამყვან უნივერსიტეტებს გადაეცათ და გამოქვეყნდა სრულიად ახალი ტიპის ნაშრომებში [1,2,3,4], რომლებშიც უწყვეტი გარემოს ფუნდამენტური კანონების მათემატიკური მეთოდებით, ტენზორული ანალიზის საფუძველზე, ნაჩვენებია, რომ ბუსინესკის ჰიპოთეზას გააჩნია მტკიცე თეორიული საფუძველი და მოცემულია სიბლანტის ტურბულენტური კოეფიციენტის (შესაბამისად, ტურბულენტური ძაბვის ტენზორის) ზუსტი ანალიტიკური გამოსახულება. ამით შემოთავაზებულია ტურბულენტური ნაკადების განტოლებების ახალი, სისტემა.

უნდა აღინიშნოს, რომ ხსენებულ ნაშრომებში შემოთავაზებული გამოსახულება ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტისა ადასტურებს, რომ

ბრუნვითი მოძრაობა ამცირებს ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტს. ამასთან ერთად, აღნიშნულმა სიდიდემ, ფიზიკური სიბლანტისაგან განსხვავებით, შესაძლოა მიიღოს უარყოფითი მნიშვნელობა (კერძოდ, ასეთი რამ შესაძლოა მოხდეს ტოროიდალურ და სპირალურ მოძრაობებში). შესაბამისად, თუკი გავითვალისწინებთ, რომ მსგავსი მოძრაობები შეინიშნება ტორნადოებში, შეიძლება დავასკვნათ, რომ ტურბულენტობა შესაძლოა იყოს ტორნადოთა მდგრადობის ერთ-ერთი ძირითადი მიზეზთაგანი.

1.3 ატმოსფერული ნაკადების მოდელირების სპეციფიკური მათემატიკური მოდელები და სასაზღვრო ამოცანები.

დიდი გრიგალების მოდელირების მეთოდი. ა.ს მონინმა [78] ტურბულენტობა განსაზღვრა როგორც გრიგალური დინება ძალიან დიდი რაოდენობით შემფოთებათა თავისუფლების ხარისხებით და დისპერსიული თანაფარდობების განაწილების და ფაზური ძვრების ქაოსური განაწილებით, ასეთი ნაკადების ქცევის ზუსტი პროგნოზირება არ არის შესაძლებელი. თუმცა, შესაძლებელია შეიქმნას ციფრული მოდელი, რომელიც ასახავს ზოგიერთ სტატისტიკურ მახასიათებლებს ტურბულენტურ მოძრაობაში.

არსებობს სამი ძირითადი მიდგომა ტურბულენტობის რიცხვითი მოდელირებისას:

1. პირდაპირი რიცხვითი მოდელირება (ინგლისურად DNS). ამ მიდგომას საფუძვლად უდევს ნავიე-სტოქსის განტოლებათა კლასიკური სისტემა.

2. რეინოლდსის გასაშუალებულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის მეთოდი (RANS). თუკი ტურბულენტობა მიმდინარეობს გარკვეული ნელი არასტაციონარული პროცესის თანხლებით, შესაძლებელია მოდელირება მოხდეს არასტაციონარული RANS მოდელის საფუძველზე (ცვალებადი RANS - URANS).

3. დიდი გრიგალების მოდელირების მეთოდი (LES). პირველად ეს მიდგომა იქნა გამოყენებული 1970 წელს, დირდოფის მიერ (Deardorff, 1970) ჯერ არხებში, შემდეგ კი ატმოსფეროში ტურბულენტობის მოდელირებისათვის. ეს მეთოდი გამოიყენება ძალიან მაღალი რეინოლდსის რიცხვების დროს. როგორც ექსპერიმენტები ადასტურებენ, ასეთი დინებებისას მოლეკულური სიბლანტე პრაქტიკულად არ თამაშობს არავითარ როლს და განტოლებებში არ ფიგურირებს

რეინოლდსის რიცხვი. იმ მცირემასშტაბიანი გრიგალების გავლენა კი, რომელთა ზომაც საანგარიშო ბადესთან შედარებით მცირეა, აისახება გრიგალური სიბლანტის კოეფიციენტით (Eddy viscosity), რომლის განსაზღვრის დროსაც გამოიყენება კოლმოგოროვის განტოლებები ან სხვადასხვა ფილტრაციული მოდელები. ბოლო პერიოდში საკმაოდ ფართო გავრცელება ჰპოვა ატმოსფეროს ტურბულენტობის ნიკოლაევსკის მოდელმა[50]. ნიკოლაევსკის მიერ შემოთავაზებულ მეზომასშტაბური ტურბულენტობის თეორიის საფუძველში ჩადებულია მარტივი იდეა, რომ დიდ გრიგალებში არის ელემენტარული სტრუქტურები მცირე გრიგალების სახით, რომლებიც მოძრაობენ თავიანთი სპინარული სიჩქარით ნიუტონის კანონის შესაბამისად სასრული სხეულებისთვის.

ზოგადად, 3D მოდელირების პროცესით მიღებულია რიცხოვრივი შედეგები ტორნადოს დაბადებისა, რაც მეტეოსადგურების მონაცემების გათვალისწინებით, პრინციპში, შესაძლებელს ხდის მოხდეს ტორნადოს დაბადების პროგნოზირება სხვადასხვა რეგიონში.

რთული ორფაზიანი ატმოსფერული ნაკადების მათემატიკური მოდელები. როგორც წესი, ტორნადოს წარმოშობა ხდება ატმოსფეროს ღრუბლიან ფენებში, რის გამოც მას თან ახლავს ძლიერი წვიმა და სეტყვა. აღნიშნულის გამო, ზოგად შემთხვევაში, პროცესების მოდელირებისას, სასურველია განხილული იქნას რთული, ორფაზიანი სისტემისათვის სამართლიანი კანონები. ძირითადად, პროცესები ფაზური გარდაქმნებით მიმდინარეობს ტორნადოს ზედა, ძაბრისებრ ნაწილში. ამ პროცესების სირთულის გამო, მათი შესწავლისადმი მიძღვნილია ცალკე ნაშრომები, რომლებშიც სპეციალური ყურადღება ეთმობა მრავალფაზიანი სისტემების თავისებურებებს.

ო. სენკევიჩის ნაშრომში [81] შემოთავაზებულია მოდიფიცირებული მოდელი, რომელიც ითვალისწინებს ტორნადოში წყლის ორთქლის კონდენსაციას. შემოთავაზებულია ორიგინალური განტოლებები, რომლებიც მოსახერხებელია სითბოს და მასის ცვლის და კონდენსაციის დროს პროცესების რიცხვითი მოდელირებისათვის. წარმოდგენილია შედეგები ორეტაპიანი რიცხვითი მოდელირებისა სითბოს და მასის გადაცემის პირობებში. რიცხვითი მოდელირება

საშუალებას იძლევა ავირჩიოთ პარამეტრების არეალი, რომელთა დროსაც შეიძლება წარმოიშვას ისეთი აღმავალი ტენიანი ნაკადი, რომელსაც შეუძლია უზრუნველყოს ტორნადოს კვაზისტაციონარული არსებობა.

ნაშრომში ასევე შემოთავაზებულია საწყისი განტოლებების ორიგინალური ფორმა, რომელიც მოსახერხებელია სითბოსა და მასის ცვლის პროცესების მოდელირებისათვის ტორნადოს შიგნით კონდენსაციის გათვალისწინებით. წარმოდგენილია ამ პროცესების რიცხვითი მოდელირების შედეგები.

ტორნადოებზე პირდაპირი დაკვირვებების მრავალრიცხოვანი მონაცემების საფუძველზე შეიძლება ითქვას რომ ტორნადო წარმოადგენს როგორც წესი ვერტიკალური მიმართულებით ძლიერ წაგრძელებულ წარმონაქმნს, რომელსაც გააჩნია მეტნაკლებად გამოკვეთილი ცილინდრული სიმეტრია. საშუალო სიძლიერის ტორნადოს ძაბრის სიმაღლე 1 კილომეტრია ხოლო დიამეტრი 10 დან 200 მეტრამდეა. ასეთ პირობებში, პირველი მიახლოებით, ძაბრს იხილავენ როგორც ცილინდრულ მილს გაუმტარი კედლებით, რომელიც ბრუნავს საკუთარი ღერძის გარშემო მუდმივი სიჩქარით. მეორე მიახლოებით საზღვრავენ ძაბრის ფორმას და აზუსტებენ ანგარიშის შედეგებს. მბრუნავი ძაბრის წარმოშობა ხდება ტორნადოს ჩასახვის საწყის ეტაპზე, როდესაც იგი განშტოვდება ციკლონისაგან.

ითვლება რომ ტენიანი ჰაერი შედის ძაბრში ქვემოდან, მოძრაობს ზევით და განიცდის კონდენსაციას, რის შემდეგაც მშრალი ჰაერი გაიტყორცნება ატმოსფეროში ხოლო წყლის წვეთები გროვდება ძაბრის ზედაპირზე. ძაბრის კედლები ითვლება მყარ წარმონაქმნად, რომელშიც გროვდება ყინული და სხვადასხვა მყარი მინარევი. ამ კედლებზე მოხვედრილი წყლის წვეთების ნაწილი იყინება ხოლო ნაწილი მოემართება ქვემოთ.

ამგვარად, მიაჩნიათ რომ ტორნადოს ენერგეტიკული უზრუნველყოფა ხდება ფაზური გარდაქმნების დროს გამონთავისუფლებული ენერგიის ხარჯზე.

აქ უნდა აღინიშნოს რომ, კონდენსაციის ენერგია, რომელიც, როგორც წესი, გამოიყოფა სითბოს სახით, არ შეიძლება განვიხილოთ პირდაპირ, როგორც ის ენერგია, რომელსაც შეუძლია წარმოშვას გამწოვი ან დამჭირხნი ეფექტი. ასეთი დასკვნის გაკეთება შესაძლებელი იქნებოდა იმ შემთხვევაში, თუკი მოხდებოდა

ენერჯის გამოყოფა მექანიკური სახით. შესაბამისად, ამ შემთხვევაში, ტორნადოს აღნიშნულ ნაწილში უნდა არსებობდეს ისეთი თერმოდინამიკური პროცესი (ან პროცესთა ერთობლიობა), რომელიც განაპირობებს გამოყოფილი სითბოს გარდაქმნას მექანიკურ ენერჯიად. ერთ-ერთ ასეთ ეფექტად შეიძლება ჩაითვალოს თერმო-გრავიტაციული ეფექტი (ანუ მსუბუქი, თბილი მასების მოძრაობა გრავიტაციული ძალების საწინააღმდეგოდ). ამასთან ერთად, უნდა აღინიშნოს, რომ ტემპერატურული სხვაობით გამოწვეული გამწოვი ეფექტი და ნაკადების სიჩქარე მაშინაც კი არ არის ძალიან მაღალი, როდესაც ტემპერატურათა სხვაობა რამდენიმე ასეული გრადუსია (მაგალითისათვის ღუმელის გაზები, რომელთა ტემპერატურაც რამდენიმე ასეული გრადუსით აღემატება ატმოსფეროს ტემპერატურას, სრულიადაც ვერ აღწევენ ძალიან დიდ სიჩქარეებს ატმოსფეროში გამოტყორცნის შემდეგ. შეიძლება მოგვეჩვენოს რომ მცირე მასშტაბების დროს მეტ როლს თამაშობს დისიპაცია, მაგრამ თუკი ჩავატარებთ ელემენტალურ გაანგარიშებებს, დავრწმუნდებით, რომ გრავიტაციულ ველში, ჩვენ ვერ მივიღებთ ძალიან დიდ ენერჯიებს მაშინაც კი, როცა სიბლანტე საერთოდ არ არსებობს.

სწორედ ამიტომ, ატმოსფეროში, სადაც ფენებს შორის ტემპერატურათა სხვაობა არ სცილდება 10-20 გრადუსს, გაუგებარია როგორ იბადება სითბოდან ისეთი სიძლიერის დამჭირხნი ეფექტი, როგორითაც ხასიათდება ტორნადო. აღნიშნულის გამო, ტორნადო ითვლება ერთ-ერთ მისტიკურ მოვლენად, რომლის საიდუმლოების ბოლომდე ახსნაც დღემდე არაა მიღწეული.

ჩვენ მიერ ჩატარებული ლიტერატურის მიმოხილვა საშუალებას იძლევა გაკეთდეს შემდეგი ძირითადი დასკვნები:

- ატმოსფეროში მიმდინარე რთული დინამიკური მოვლენების შესასწავლად ყველაზე სრულყოფილ საშუალებას წარმოადგენს პროცესების მათემატიკური მოდელირება.
- ის მათემატიკური მოდელები, რომლებიც ამ ეტაპზე გამოიყენება ტორნადოს ტიპის მოვლენათა შესასწავლად ემყარებიან რთულ მათემატიკურ აპარატს, რომელიც დაფუძნებულია ტურბულენტობის ამა თუ იმ მოდელზე, რომელთა აბსოლუტური უმრავლესობა ემყარება ამა თუ იმ ჰიპოტეზას და იყენებს

რამდენიმე ემპირიულ კოეფიციენტს, რაც დაკავშირებულია იმასთან, რომ ტურბულენტური მოძრაობის გასაშუალებულ განტოლებათა სისტემა არაა ჩაკეტილი და მოითხოვს გარკვეულ დაშვებებს.

- მიუხედავად იმისა, რომ დღეისათვის, შემუშავებულია ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებისათვის საკმაოდ მოხერხებული არაერთი სისტემა, თვით ამ სისტემების სიმრავლე დასტურია იმისა, რომ ტურბულენტობის პრობლემა ბოლომდე არაა ამოხსნილი და ამ პრობლემის შემდგომი კვლევა კვლავაც აქტუალურია.

ტურბულენტობის პრობლემის წარმოშობის მიზეზების შესასწავლად, მნიშვნელოვანია დავუბრუნდეთ იმ დაშვებებს, რომლებიც შემოგვთავაზა ნავიე-სტოქსის განტოლებათა ინტეგრების დროს ცნობილმა ინგლისელმა მეცნიერმა, ოსბორნ რეინოლდსმა.

სითხეებისა და აირის დინამიკაში ფუნდამენტური ნაშრომების ავტორმა, 1895 წელს, გამოაქვეყნა ტურბულენტური ნაკადების შესწავლის ახალი მეთოდოლოგია. ამისათვის, საწყისი განტოლებების ინტეგრირების მიზნით, მან შემოგვთავაზა ლოკალური სიჩქარის განხილვა საშუალო სიჩქარისა და პულსაციის ჯამის სახით:

$$W = V(x, y, z) + v(x, y, z, t), \quad (1.3.1)$$

როგორც ვხედავთ, რეინოლდსის თანახმად, საშუალო სიჩქარე განიხილება როგორც სივრცის ფუნქცია, ხოლო პერიოდული შემადგენელი იცვლება ერთდროულად სივრცეშიც და დროშიც. ასეთი ფორმალიზმის შემოთავაზებით, დროში დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირების შემდეგ, რეინოლდსმა მიიღო დიფერენციალური განტოლებების გასაშუალებული სისტემა. თუმცა, ასეთ სისტემაში გამოჩნდა პულსაციური ძაბვის ტენზორი $\tau(\overline{u, v})$ ექვსი უცნობი კომპონენტით.

ზოგად შემთხვევაში, ასეთი ტიპის ტენზორი შესაძლოა მიღებული იყოს როგორც ერთი, ასევე ორი ვექტორით. ნებისმიერმა ორმა a და b ვექტორმა შესაძლოა შექმნან ასიმეტრიული ტენზორები

$$\tau(a,b) = \begin{bmatrix} a_x b_x ii & a_x b_y ij & a_x b_z ik \\ a_y b_x ji & a_y b_y jj & a_y b_z jk \\ a_z b_x ki & a_z b_y kj & a_z b_z kk \end{bmatrix}. \quad (1.3.2)$$

თუ აღნიშნული ვექტორები ცვალებადია დროში, მაშინ საშუალო ტენზორი განისაზღვრება ტენზორის საშუალო კომპონენტებით დროში:

$$\tau(\overline{a,b}) = \begin{bmatrix} \overline{a_x b_x ii} & \overline{a_x b_y ij} & \overline{a_x b_z ik} \\ \overline{a_y b_x ji} & \overline{a_y b_y jj} & \overline{a_y b_z jk} \\ \overline{a_z b_x ki} & \overline{a_z b_y kj} & \overline{a_z b_z kk} \end{bmatrix}. \quad (1.3.3)$$

$\tau(\overline{u,v})$ ტენზორის შესწავლას მიეძღვნა ბევრი ცნობილი მეცნიერის შრომა. მათ შორის ერთ-ერთი პირველი იყო ფრანგი მეცნიერი ბუსსინესკ ჟოზეფ ვალანტენი. 1894 წელს, სანამ რეინოლდსი შემოგვთავაზებდა გასაშუალებულ განტოლებებს, მან შემოგვთავაზა ეფექტური ძაბვის განსაზღვრის ორიგინალური მეთოდი ტურბულენტურ დინებაში. ბლანტ დინებასთან ანალოგიის არსებობის ვარაუდით, მეცნიერმა შემოგვთავაზა მოგვეძია ტურბულენტური ძაბვა საშუალო მოძრაობის დეფორმაციის ტენზორის საფუძველზე:

$$\tau_T = -\rho \tau(\overline{u,v}) = 2\nu_T \rho D(V)^2 - \rho \frac{\overline{v^2}}{3} I, \quad (1.3.4)$$

$$\overline{v^2} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} v^2 dt, \quad (1.3.5)$$

სადაც ν_T - ასახავდა ტურბულენტური სიბლანტის კინემატიკურ კოეფიციენტს, მოლეკულური სიბლანტის ანალოგს, I - სფერულ ტენზორს. τ_0 - ნაკადის პარამეტრების რხევის პერიოდს.

ტურბულენტობის მოდელები, რომლებიც ემყარებიან ბუსსინესკის ჰიპოტეზას, დღემდე ფართოდ გამოიყენება ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებაში, რადგან, ბუსსინესკის ჰიპოტეზის ფარგლებში, რეინოლდსის განტოლებების ჩაკეტვის პრობლემა, ტენზორის ექვსი კომპონენტის მაგივრად, დადის მხოლოდ ორი სკალარული სიდიდის (ტურბულენტური სიბლანტე ν_T) და ტურბულენტური პულსაციის ენერჯის ($K = \overline{v^2}/2$) განსაზღვრამდე.

პირველ ეტაპზე ν_T ითვლებოდა მუდმივ სიდიდედ, მაგრამ სულ მალე გახდა ცნობილი, რომ ასეთი დაშვება არის ძალიან უხეში. ტურბულენტური სიბლანტის

კოეფიციენტის შესწავლის პრობლემა გახდა მე-19 და მე-20 საუკუნეების მექანიკოსების ძირითადი ამოცანა. იმის გათვალისწინებით, რომ აღნიშნული კოეფიციენტი არის სიგრძისა და დროის მასშტაბების ფუნქცია ($|v_T| = m^2 / \text{sec}$), მეცნიერებმა დაიწყეს მისი ძიება სიგრძის მასშტაბების ფუნქციის სახით, რაც ასოცირდებოდა ტურბულენტური გრიგალების ხაზოვან მახასიათებლებთან, რაც, თავის მხრივ, დაკავშირებული იყო დინების მასშტაბებთან. ასეთი ტიპის პირველი რეალური, გრიგალების შერევის გზის სიგრძეზე დაფუძნებული მოდელი, რომელიც შემოგვთავაზა ლ. პრანდტლმა, დღემდე მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ტურბულენტობის თეორიაში და არის შემდგომი პერიოდის ბევრი ტურბულენტური მოდელის შემადგენელი ელემენტი.

ტურბულენტური დინების მოდელირების საკითხებით დაკავებულია მრავალი წამყვანი საგანმანათლებლო, სამეცნიერო და საკვლევო ცენტრი მთელს მსოფლიოში. დღესდღეობით შემუშავებულია და წარმატებით გამოიყენება ტურბულენტობის ბევრი მოდელი: ლაუნდერის მიერ შეთავაზებული რეინოლდსის ძაბვის მოდელი (RSM), სებესი-სმიტის და ბოლდვინ-ლომაკსის ალგებრული მოდელები, სპალარტ-ალლმარასის მოდელები ერთი განტოლებით, მოდელები ორი განტოლებით (K-ეპსილონ და K - ომეგა მოდელები), და სხვ. ამ მოდელებში, პარამეტრების თვისებების (ტურბულენტობის მასშტაბები, დისიპაციის სიჩქარე) და მათი გადატანის კანონების განსაზღვრისათვის გამოიყენება სხვადასხვა ემპირიული და ნახევრადემპირიული კოეფიციენტები, რომლებიც შემოღებულია კონკრეტული ფიზიკური თეორიების, სტატისტიკის კანონების, განზომილების თეორიის და ქაოტური პროცესების ფუნდამენტური კანონების საფუძველზე, რომლებიც შემუშავებული იყო ცნობილი ფიზიკოსებისა და მათემატიკოსების მიერ.

მაგალითის სახით, შეგვიძლია მოვიყვანოთ გამოსახულება, რომელიც აკავშირებს ტურბულენტური სიბლანტის დინამიკურ კოეფიციენტს $\mu_T = \nu_T \rho$ დისიპაციის სიჩქარეს ε და ტურბულენტობის ენერგიას K კოლმოგოროვის ფუნდამენტური თეორიის საფუძველზე დამატებითი კოეფიციენტების შემოღების გზით:

$$\mu_T = C \frac{\rho K^2}{\varepsilon}. \quad (1.3.6)$$

ამასთან ერთად, ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯის განსაზღვრისათვის შეგვიძლია მოვიყვანოთ განტოლება, რომლის ანალოგიც გამოიყენება $K - \varepsilon$ ეპსილონ მოდელებში.

$$\rho V \overline{\text{grad}(v^2/2)} = \tau_T D(V) - \rho \varepsilon + \text{div}[(\mu + \mu_T / \sigma_K) \overline{\text{grad}(v^2/2)}], \quad (1.3.7)$$

ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილში პირველი წევრი ასახავს გენერაციას, მეორედისიპაციას, მესამე ტურბულენტური დიფუზიის გავლენას. σ_K წარმოადგენს ემპირიულ კოეფიციენტს.

ამჟამად, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ პრაქტიკური თვალთახედვით, ტურბულენტობის პრობლემა უკვე არ არსებობს. ამოცანების თითოეული კლასისათვის არსებობს ტურბულენტობის დამაკმაყოფილებელი მოდელი, რომელიც უშვებს ჩვენთვის საინტერესო პროცესების გამოთვლას საკმაოდ მისაღები სიზუსტით. ამასთან ერთად, თვითონ თეორიების სიმრავლე დასტურია იმისა, რომ არ არსებობს უნივერსალური, თეორიულად მკაცრად დასაბუთებული მოდელი ემპირიული და ნახევრად ემპირიული კოეფიციენტების და პარამეტრების გარეშე, რომელსაც შეეძლო პრეტენზია ჰქონოდა პრობლემის საბოლოო გადაწყვეტაზე. ტურბულენტობის თეორიის ფუნდამენტური, კლასიკური პრობლემის თეორიული გადაწყვეტა, ამ ეტაპზე, არ არსებობს.

ტურბულენტობის თეორიაში არ არსებობს არც ერთი დიფერენციალური განტოლების ჩაკეტილი სისტემა, რომელიც თავისი სრულყოფილებით, გაუთანაბრდება ნავიე-სტოქსის განტოლებათა საწყის სისტემას.

შესაძლოა, ამითაც არის გამოწვეული ის გარემოება, რომ თანამედროვე ეტაპზე დაიწყო ნავიე-სტოქსის დიფერენციალური განტოლებების (DNS) გადაწყვეტის პირდაპირი მეთოდების განვითარება. მაგრამ, როგორ შეგვიძლია გავანალიზოთ ქაოტური პროცესების გამოთვლის შედეგები ინფორმაციის დიდი მოცულობით, და, თუ ეს ვინმესთვის საინტერესოა, ვინ მოგვცემს იმის გარანტიას, რომ პირდაპირი რიცხობრივი გამოთვლის შედეგები ჭეშმარიტია? დღემდე

საკითხი ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემის ამოხსნის არსებობისა ითვლება ასევე გადაუწყვეტელ პრობლემად.

აღნიშნულ ნაშრომში შევეცდებით ტურბულენტობის თეორიული პრობლემის გადაწყვეტას უწყვეტი გარემოს თეორიის ფუნდამენტური მეთოდების საფუძველზე ჩვენ შემოგთავაზებთ განტოლებათა ჩაკეტილ სისტემას, რომელსაც პრეტენზია აქვს სიზუსტეზე უკუმშვადი გარემოებისათვის და დამაკმაყოფილებელ სიზუსტეზე კუმშვადი გარემოებებისათვის. ამასთან ერთად, ამ მიდგომის ძირითადი სიახლეა ნავიე-სტოქსის დიფერენციალური განტოლებების უფრო მკაცრი ინტეგრირება დროის მასშტაბის (რხევის პერიოდის ან სიხშირის) სივრცეში ცვლილების გათვალისწინებით.

თავი 2. საფრენი აპარატების მოდელირების მიზნით გამოყენებულ დიფერენციალურ განტოლებათა გასაშუალების მეთოდოლოგიური საკითხები და დროის მასშტაბის შენახვის პრინციპი

2.1 რეინოლდსის მოძრაობის გასაშუალებული განტოლება და მისი დაზუსტება გარემოს კუმშვადობის გათვალისწინებით.

რეინოლდსის გასაშუალებული განტოლებები მიიღება ნავიე-სტოქსის მოძრაობის განტოლების ინტეგრირებით დროში:

$$\frac{\partial \rho W}{\partial t} + \operatorname{div}[\rho \tau(W, W) + PI + (2/3)\mu \operatorname{div}(W)I - 2\mu D(W)] = 0, \quad (2.1.1)$$

აღნიშნულ განტოლებაში, ზოგად შემთხვევაში, წნევა და სიმკვრივე ასევე განიცდიან რხევას:

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', \quad (2.1.2)$$

$$P = \bar{P} + P'. \quad (2.1.3) \text{ ამიტომაც,}$$

თუ არ გავითვალისწინებთ სივრცეში რხევის პერიოდის ცვალებადობას, მაშინ მის საფუძველზე, დროის ინტეგრირებით, მივიღებთ:

$$\operatorname{div}[\bar{P}I + \bar{\rho}\tau(V, V) + \bar{\rho}\tau(\bar{v}, \bar{v}) + \bar{\rho}\tau(A_p, V) + \bar{\rho}\tau(V, A_p) + (2/3)\mu \operatorname{div}(V)I - 2\mu D(V)] = 0, \quad (2.1.4)$$

ჩქ, ვექტორული სიდიდე A_p ასახავს კორელაციის არსებობას სიჩქარისა და სიმკვრივის პულსაციებს შორის:

$$A_p = \frac{1}{\rho\tau_0} \int_0^{\tau_0} \rho'v dt = \frac{\overline{\rho'v}}{\rho}. \quad (2.1.5)$$

უმეტეს შემთხვევაში უშვებენ, რომ სიჩქარისა და სიმკვრივის რხევებს შორის კორელაცია არ არსებობს $A_p = 0$. ასეთ შემთხვევაში (2.1.4) გამოსახულებიდან ვღებულობთ ტურბულენტური ნაკადის მოძრაობის ყველაზე ცნობილ განტოლებას.

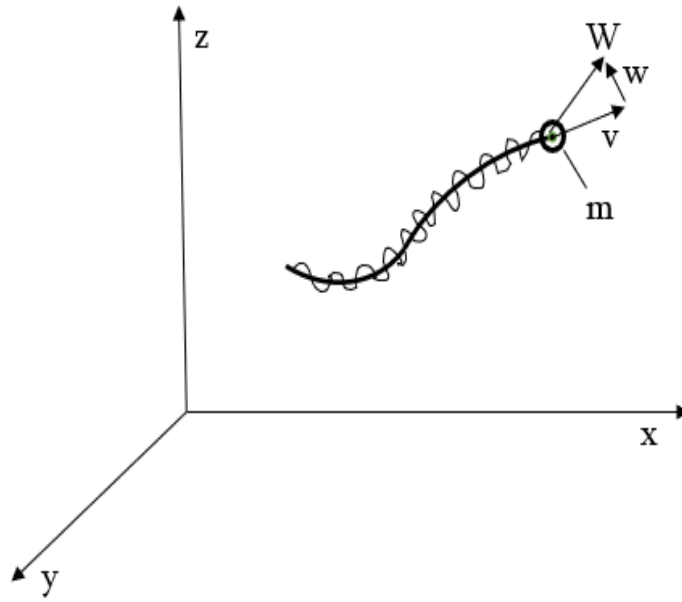
$$\rho(V\nabla)V = -grad\bar{P} - div[\overline{\rho\tau(v,v)} + (2/3)\mu div(V)I - 2\mu D(V)], \quad (2.1.6)$$

ჩვენ ვუშვებთ, რომ ინტეგრირებისას სიხშირის გრადიენტის უარყოფის მიუხედავად, რეინოლდსის განტოლების გამოყენების მრავალწლიანი გამოცდილება გვაძლევს იმის საფუძველს, რომ არ არსებობს საფუძველი მის ჭეშმარიტებაში ეჭვის შესატანად.

ამასთან ერთად, როგორც შემდგომში ვნახავთ, თუ ნავიე-სტოქსის განტოლების დროითი ინტეგრირებისას გათვალისწინებულია სიხშირის ცვალებადობა სივრცეში, ვღებულობთ მოძრაობის განტოლებას შესამჩნევად განსხვავებული ფორმით და ეს განსხვავება გამოყენებულია ჩვენ მიერ დამატებითი განტოლებების მიღებისათვის.

2.2. რეინოლდსის მოდელი, როგორც კერძო შემთხვევა

ზოგად შემთხვევაში, v სიჩქარის პულსაციის ვექტორის ქაოტურად ცვალებად კომპონენტებს შორის არსებობს კორელაცია, რაც ქმნის დამატებით, ნორმალურ და მხებ ძაბვებს. ამასთან ერთად, როგორც ცნობილია, რეინოლდსის მოდელში პულსაციის სიჩქარე ქმნის მხოლოდ ერთ უცნობ ტენზორს. მიუხედავად ამისა, ტურბულენტურ ნაკადებში შესაძლოა არსებობდეს ისეთი პერიოდული თანმდევი მოძრაობები, რომელთაც არ გააჩნია კორელაცია აღნიშნულ პულსაციებთან.



ნახ.2.2.1. მყისი სიჩქარე W , როგორც საშუალო სიჩქარის V და პულსაციის $w = v + v_1 + v_2 + \dots + v_N$ ჯამი

შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ ტურბულენტურ ნაკადებში არსებობს არაერთი განსხვავებული ამპლიტუდურ-სიხშირითი მახასიათებლების პულსაციების ოჯახები, რომელთა შორის არ არსებობს კორელაცია. ამ შემთხვევაში, ნაკადის ლოკალური სიჩქარე უნდა მოვიძიოთ უფრო ზოგადი ფუნქციის სახით:

$$W = V + v + v_1 + v_2 + \dots + v_N. \quad (2.2.1)$$

ამასთან ერთად, თუ პულსაციების სხვადასხვა ოჯახებს შორის არ არსებობს კორელაცია, მაშინ გვაქვს:

$$\overline{v_i v_j} = 0, \quad \overline{v_i v_j} = 0, \quad \overline{v_i D(v_j)} = 0, \quad \overline{v_i F(v_j)} = 0. \quad (2.2.2)$$

ამ შემთხვევაში, დამოუკიდებელი პულსაციების თითოეული ჯგუფი შექმნის თავის ახალ ტენზორს და მათი რაოდენობა გაუთანაბრდება დამოუკიდებელი პულსაციების ჯგუფის რაოდენობას. ამ შემთხვევაში, ტურბულენტური ძაბვის ჯამური ტენზორი გაუთანაბრდება ცალკეული ძაბვების ჯამს, რომელიც გამოწვეულია სხვადასხვა ჯგუფების პულსაციებით:

$$\tau_{T\Sigma} = \tau_T + \tau_{T1} + \tau_{T2} + \dots. \quad (2.2.3)$$

ასეთი სურათის არსებობა უფრო ართულებს ტურბულენტობის ისედაც ურთულეს ამოცანას. მიუხედავად ამისა, ჩვენ შევეცდებით შედარებით რთული მოდელის განხილვას, ვიდრე შემოგვთავაზა რეინოლდსმა. უფრო ზუსტად კი, ჩვენ დავუშვებთ, რომ ტურბულენტურ ნაკადში, გარდა ტრადიციული ქაოტური ν სიჩქარის პულსაციისა, არსებობს მინიმუმ კიდევ ორი პერიოდული, დამოუკიდებელი პულსაციების ჯგუფი, რომელსაც არ გააჩნია კორელაცია ν სიჩქარესთან და ლოკალურ სიჩქარეს განვიხილავთ შემდეგი ფუნქციის სახით:

$$W = V(x, y, z) + w(x, y, z, t), \quad (2.2.4)$$

სადაც

$$w = \nu(x, y, z, t) + u(x, y, z, t) = \nu(x, y, z, t) + \varphi V(x, y, z) + \theta(x, y, z, t). \quad (2.2.5)$$

ამგვარად, დამატებითი პულსაციები, რომლებსაც თანმდევი პულსაციები შეიძლება ეწოდოს, წარმოდგენილია ორი ვექტორის სახით, რომელთაგან ერთ-ერთი ემთხვევა ძირითად ნაკადს და მეორე ასახავს რხევას განივ სიბრტყეში.

$$u = \varphi V + \theta, \quad (2.2.6)$$

შესაბამისად, რეინოლდსისაგან განსხვავებით, ჩვენ განვიხილავთ ისეთ შემთხვევას, როცა ლოკალური სიჩქარის განსაზღვრა შეიძლება შემდეგი სახით:

$$W = V(x, y, z) + \nu(x, y, z, t) + \varphi(x, y, z, t)V(x, y, z) + \theta, \quad (2.2.7)$$

დამატებითი გრძივი რხევების ამსახველი ფუნქცია φ წარმოადგენს პერიოდულ ფუნქციას, ზოგად შემთხვევაში, იგი შესაძლოა იყოს კომპლექსური სიდიდე. ზემოთ ხსენებული პირობების შესაბამისად, ამ ფუნქციისათვის სამართლიანია შემდეგი პირობები:

ა-პერიოდულობა

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \varphi dt = 0, \quad (2.2.8)$$

ბ - კორელაციის არარსებობა ქაოტურ პულსაციებთან.

$$\overline{\varphi \nu} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \varphi \nu dt = 0, \quad (2.2.9)$$

ანალოგიურად, განივი თანმდევი რხევებისათვის სამართლიანია პირობები:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \theta dt = 0, \quad (2.2.10)$$

$$\overline{\theta v} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \theta v dt = 0, \quad (2.2.11)$$

იმის გამო, რომ, აღნიშნული ორი რხევა ასახავს დამოუკიდებელ პულსაციებს და აგრეთვე იმის გამო რომ მათი სიჩქარე შედარებით ნაკლებია, ვუშვებთ, რომ ისინი არ წარმოქმნიან ტენზორს;

$$\overline{\theta \varphi} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \theta \varphi dt = 0, \quad (2.2.12)$$

ბუნებრივია, რომ გრძივი რხევები არ ცვლიან გასაშუალებული დინების ხაზებს. განივი რხევები ასევე არ ახდენენ გავლენას გასაშუალებული ნაკადის მიმართულებაზე, თუ რხევების სიხშირე მაღალია. თუმცა ეს ყოველთვის ასე არ შეიძლება იყოს. ამასთან ერთად, როგორც ჩვენ შემდგომში ვაჩვენებთ, სიჩქარის თანმდევი რხევების გათვალისწინებას აქვს ძალზედ დიდი მნიშვნელობა, ვინაიდან, მათ შეუძლიათ სერიოზული როლი ითამაშონ როგორც ტურბულენტობის დისიპაციაში, ისე მისი გენერაციის პროცესში და ატარებენ ისეთ სერიოზულ ინფორმაციას, რომლის გარეშეც წარმოდგენელია ტურბულენტობის პრობლემის გადაწყვეტა.

ამგვარად, ჩვენს მიერ შეთავაზებული მოდელი უფრო ზოგადია, რადგან მის საფუძველზე, როდესაც $\varphi = 0$, $\theta = 0$, მიიღება რეინოლდსის მოდელი. ასეთი მიდგომა საინტერესოა და ლოგიკურად უფრო სრულყოფილი. როგორც ვხედავთ, განტოლების (2.2.9) პირველი წევრი აჩვენებს სტაციონარულ წესრიგს, მეორე წევრი (რეინოლდსის პულსაციები) ასახავს არასტაციონარულ ქაოსს, მესამე და მეოთხე წევრები კი ასახავენ არასტაციონარულ წესრიგს (ან ნაწილობრივ წესრიგს).

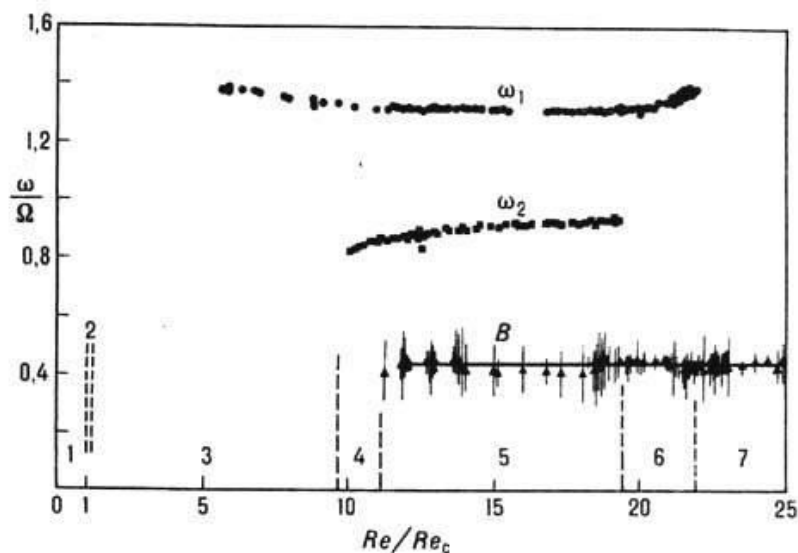
შემდგომ ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ ასეთი ფორმალიზმი ხელს გვიწყობს ავიცილოთ ზოგიერთი მეთოდური დისკომფორტი, რომელიც ჩნდება მაშინ, თუ ლოკალური სიჩქარე ასახულია რეინოლდსის მოდელის საფუძველზე.

ამგვარად, ნაშრომის ძირითად სიახლეს წარმოადგენს ის, რომ რეინოლდსისაგან განსხვავებით, ლოკალური პულსაციების სიჩქარე

წარმოდგენილია როგორც ისეთი განსხვავებული ოჯახების პულსაციების ჯამი, რომელთა შორისაც არ არსებობს კორელაცია. შესაბამისად, ტურბულენტობის ტენზორი, ზოგად შემთხვევაში, წარმოადგენს მინიმუმ სამი ტენზორის ჯამს, რომელთაგან მთავარია რეინოლდსისეული პულსაციებით გამოწვეული ტენზორი. საინტერესოა, როგორ ეთანადება ეს მიდგომა ექსპერიმენტული დაკვირვების შედეგებს.

ნაკადის ტურბულენტური პროცესების ანალიზისათვის ძალზედ საინტერესო ინფორმაციას იძლევიან დაკვირვებები ისეთ მოძრაობებზე, რომლებიც შემოსაზღვრულია მყარი კედლებით. ამ თვალსაზრისით ყველაზე სრულყოფილადაა შესწავლილი კუეტის დინებები.

ნახაზზე (2.2.2) მოცემულია პულსაციის სიხშირეების დამოკიდებულება რეინოლდსის რიცხვზე, $Re = \Omega r_1 (r_2 - r_1) / \nu$ როდესაც ადგილი აქვს ნაკადის მოძრაობას ორ თანადერძულ ცილინდრს შორის რადიუსებით r_1 და r_2 . რადიუსებს შორის თანაფარდობა $r_1 / r_2 = 0.877$. Ω ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა. ნახაზ (2.2.2)-ზე კი მოცემულია ფოტოგრაფიები დინებისა, როდესაც ადგილი აქვს ტეილორ-კუეტის ქაოტურ დინებაზე გადასვლისას. ექსპერიმენტალური მონაცემები აღებულია მ.მ. რაბინოვიჩის და მ.ი. სუშიკის ნაშრომიდან.



ნახ. 2.2.2 პულსაციების მთავარი სიხშირეები და მათი ცვალებადობა კუეტის დინებაში, ტეილორის ტოროიდალური გრიგალების წარმოშობის დროს

ექსპერიმენტული დაკვირვების დროს აღმოჩენილია რეჟიმთა შემდეგი თანმიმდევრობა:

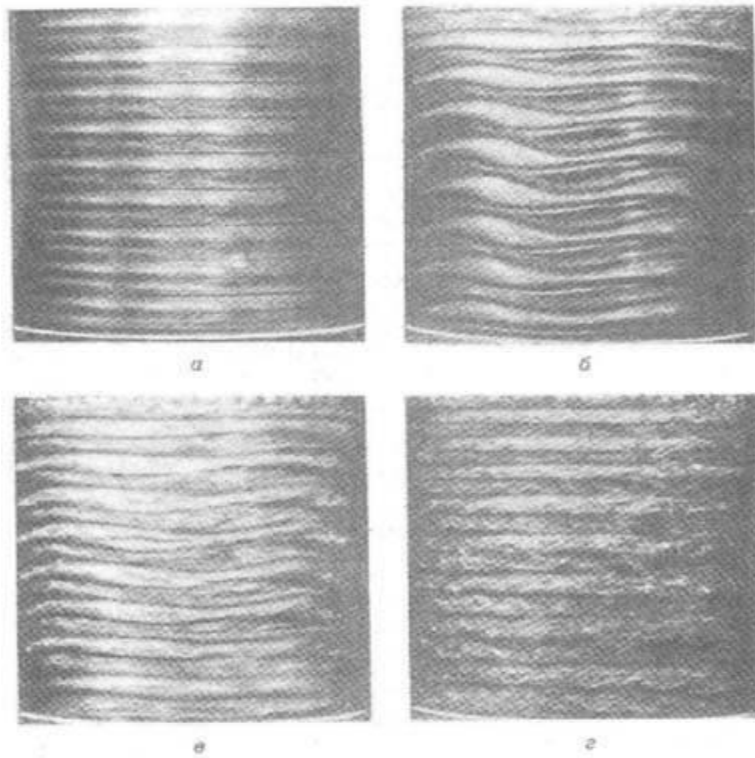
1. აზიმუტალური სტაციონალური დინება წრიული დინების ხაზებით რომელთა ცენტრიც ემთხვევა ცილინდრის ღერძს. ამ დინების ფოტო მოცემული არ არის.

2. სტაციონარული დინება ე.წ. ტეილორის ტოროიდალური გრიგალებით (ნახ. 2.2.3 a). ამ დინებაში შეიმჩნევა ლამინარული რეჟიმის შემდეგ ნაკადში წარმოშობილი ტოროიდალური მოძრაობები, რომლებსაც ტეილორის გრიგალებს უწოდებენ.

3. დინება ტეილორის გრიგალებით, რომლებსაც თან ახლავთ ტალღური შემფოთებები - ე. წ. აზიმუტალური ტალღები (ნახ.2.2.3b) რომლებიც ვრცელდებიან აზიმუტალური მიმართულებით. სიჩქარის პულსაციები ამ ინტერვალში ხასიათდებიან ერთი მთავარი სიხშირით ω_1 და მისი ჰარმონიკებით.

4. დინება ტეილორის გრიგალებით და თანმდევი მოდულირებული ტალღებით (ნახ.2.2.3b). დინების ეს ინტერვალი ხასიათდება იმით, რომ ამ დროს ჩნდება პულსაციები მეორე დამოუკიდებელი სიხშირით ω_2 - ყალიბდება ე. წ. კვაზიპერიოდული რეჟიმი.

5. ქაოტური მოძრაობა კვაზიპერიოდულ ფონზე. დინების სპექტრში ჩნდება ფართოზოლიანი მესამე სიხშირის რხევები, რომლებიც წინა ორ სიხშირეზე დაბალია. $\omega_3 = \omega_1 / 3.6$ რეინოლდსის რიცხვის ზრდასთან ერთად, პირველი ორი მთავარი სიხშირე ქრება და რჩება ყველაზე დაბალი სიხშირე (ნახ.2.2.3r). იმავდროულად, ნაკადში ჩნდება სრული ქაოსური მოძრაობა, ანუ ტურბულენტობა კლასიკური გაგებით. ყალიბდება დინება, რომელიც წარმოადგენს სულ რამდენიმე მთავარი სიხშირის სუპერპოზიციას. რაც მიმანიშნებელია იმისა რომ ნაკადში არსებობენ უპირატესი სიხშირეები.



ნახ.2.2.3 კუეტის დინებაში ტელიორის გრიგალების წარმოშობის და ტურბულენტობაზე გადასვლის ამსახველი ფოტოები

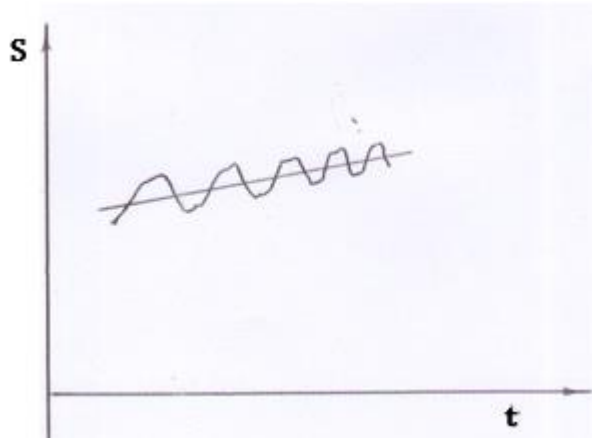
ამასთან ერთად საინტერესოა, რომ მაღალი რეინოლდსის რიცხვის დროს, ანუ როდესაც გვაქვს განვითარებული ტურბულენტობა, ერთის მხრივ გვრჩება დაბალსიხშირული კვაზიპერიოდული რხევები, ხოლო მეორეს ეს რხევები მიმდინარეობენ მაღალსიხშირული ტურბულენტური რხევების ფონზე. როგორც ვხედავთ, დაბალსიხშირული მოწესრიგებული რხევები ჩნდება გაცილებით ადრე, ტურბულენტური ნაკადის განვითარებამდე და ისინი აგრძელებენ არსებობას განვითარებულ ტურბულენტურ ნაკადში. ამკარაა, ეს რხევები ასახვენ დამოუკიდებელ თანმდევ განივ რხევებს θ სიჩქარით. ეს კი მაჩვენებელია იმისა, რომ ჩვენს მიერ შერჩეული თეორიული მოდელი დასტურდება ექსპერიმენტალურად.

2.3 დროში ინტეგრირების განსაკუთრებულობები რხევის პერიოდის ცვლილების პირობებში, ნავიე-სტოქსის განტოლების გასაშუალების შემთხვევაში

პირველ რიგში, ჩვენს სამუშაოებში ყურადღება მიექცევა იმას, რომ დროში ინტეგრირების წესების მკაცრი დაცვის პირობებში, ნავიე-სტოქსის განტოლების

ინტეგრირება არ იძლევა რეინოლდსის განტოლებათა სისტემა, რადგან რხევის პერიოდის სივრცეში ცვალებადობის დროს გასაშუალების ნიშნის შეტანა დიფერენციალის შიგნით დაუშვებელია.

წარმოვიდგინოთ, რომ ნაკადში, V სიჩქარით გადაადგილდება დამკვირვებელი და სპეციალური ხელსაწყოების მეშვეობით აღნიშნავს მდგომარეობის სკალარული პარამეტრების (წნევა, ტემპერატურა და ა.შ.) ცვალებადობას. აღნიშნოთ ეს სკალარული პარამეტრები S სიმბოლოთი. დამკვირვებელი შეამჩნევს, რომ ტურბულენტურ ნაკადში პარამეტრები პერიოდულ ცვლას განიცდიან $S = S(t)$ (ნახ.1.3.1). სკალარული პარამეტრის შეცვლის დიაგრამის საფუძველზე, დამკვირვებელს შეუძლია ააგოს მისი საშუალო მნიშვნელობის მრუდი $\bar{S} = \bar{S}(t)$



ნახ.2.3.1 სკალარული პარამეტრის $S = S(t)$ და მისი საშუალო მნიშვნელობის $\bar{S} = \bar{S}(t)$ ცვალებადობა დროში, რომელიც შეიძლება დააფიქსიროს მზომმა

ხელსაწყო ნაკადში გადაადგილების დროს

აღნიშნული საშუალო მნიშვნელობის მრუდის მიმართ, სკალარული პარამეტრი ახორციელებს პერიოდულ ცვლილებებს. ამასთან ერთად, ამ ფუნქციის რხევები საშუალო მნიშვნელობის მიმართ, ზოგად შემთხვევაში შესაძლოა ხასიათდებოდეს დროში ცვალებადი $\tau_0 = F(t)$ პერიოდით. $S(t)$ ფუნქციის დიაგრამა საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ პარამეტრის ცვალებადობის სიჩქარე dS/dt .

ამ სიდიდის τ_0 დროის ინტერვალში, საშუალო მნიშვნელობა განისაზღვრება განტოლებიდან:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \frac{dS}{dt} dt, \tag{2.3.1}$$

შევიყვანოთ ინტეგრალი დიფერენციალის ნიშნის შიგნით:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{1}{\tau_0} \frac{d}{dt} \int_0^{\tau_0} S dt, \quad (2.3.2)$$

და გავითვალისწინოთ, რომ

$$\int_0^{\tau_0} S dt = \tau_0 \bar{S}, \quad (2.3.3)$$

შესაბამისად, ვიღებთ:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{1}{\tau_0} \frac{d(\tau_0 \bar{S})}{dt}, \quad (2.3.4)$$

ან

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{d\bar{S}}{dt} + \frac{\bar{S}}{\tau_0} \frac{d\tau_0}{dt}. \quad (2.3.5)$$

მიღებული განტოლება გვიჩვენებს, რომ სიდიდის გასაშუალებული მნიშვნელობის განსაზღვრისას, გასაშუალების ნიშნის შეტანა შეიძლება დიფერენციალის ნიშანში, თუ რხევის პერიოდი τ_0 არ იცვლება დროში. წინააღმდეგ შემთხვევაში, უნდა გამოვიყენოთ განტოლება (2.3.5).

ზოგად შემთხვევაში, სკალარული პარამეტრი წარმოადგენს სივრცისა და დროის ფუნქციას:

$$S = S(x, y, z, t), \quad (2.3.6)$$

ამ ფუნქციის საშუალო მნიშვნელობა სივრცის ფიქსირებულ წერტილში არ არის დამოკიდებული დროზე და განისაზღვრება განტოლებიდან:

$$\bar{S} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} S dt = \bar{S}(x, y, z). \quad (2.3.7)$$

ამგვარად, \bar{S} ფუნქცია ქმნის სტაციონარულ, სივრცეში არათანაბარ ველს, რომელიც ხასიათდება ამ პარამეტრის გრადიენტით:

$$\text{grad} \bar{S} \neq 0. \quad (2.3.8)$$

შესაბამისად, უძრავი დამკვირვებლისათვის \bar{S} რჩება უცვლელი, ხოლო დამკვირვებლისათვის, რომელიც მოძრაობს V სიჩქარით, ის იცვლება კანონით:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = V \text{grad} \bar{S}. \quad (2.3.9)$$

ამგვარად, \bar{S} პარამეტრი, რომელიც არ იცვლება უძრავი დამკვირვებლისათვის, ხდება დროის ფუნქცია მატერიალური წერტილის სიჩქარით მოძრავ სისტემაში.

ამასთან ერთად, თუ τ_0 იცვლება სივრცეში, მაშინ რხევის პერიოდისათვის, როგორც სკალარული პარამეტრისათვის, ასევე სამართლიანია ანალოგიური კავშირი და V სიჩქარით მოძრავი დამკვირვებლისათვის, რხევის პერიოდის ცვლილება განისაზღვრება განტოლებიდან:

$$\frac{d\tau_0}{dt} = V \text{grad} \tau_0, \quad (2.3.10)$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით, (2.3.5) ვიღებთ:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{d\bar{S}}{dt} + \frac{\bar{S}}{\tau_0} V \text{grad} \tau_0, \quad (2.3.11)$$

ან

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = V \text{grad} \bar{S} - \bar{S}(AV), \quad (2.3.12)$$

სადაც

$$A = -(1/\tau_0) \text{grad}(\tau_0) = \text{grad}(\ln f), \quad (2.3.13)$$

$$f = 1/\tau_0. \quad (2.3.14)$$

პერიოდულად ცვალებადი პარამეტრებისათვის f ასახავს რხევის სიხშირეს.

ამგვარად, სკალარული პარამეტრის სრული დიფერენციალის საშუალო მნიშვნელობა უდრის ამ პარამეტრის საშუალო მნიშვნელობის სრულ დიფერენციალს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ რხევის ინტერვალი (ან პერიოდი) თანაბარია სივრცის ყველა წერტილში ($\nabla \tau_0 = 0$).

ჩვენს კვლევებში, ყურადღებას ვამახვილებთ იმაზე, რომ ზოგად შემთხვევაში, სკალარული ან ვექტორული $F(x, y, z, t)$ ფუნქციებისათვის, რომელიც იცვლება დროში τ_0 რხევის პერიოდით, სამართლიანია განტოლებები:

$$\overline{\nabla F} = \nabla(\bar{F}) + \frac{\bar{F}}{\tau_0} \nabla \tau_0 = \nabla(\bar{F}) - \bar{F}A, \quad (2.3.15)$$

$$\overline{\nabla^2(F)} = \nabla^2(\bar{F}) - 2A[\nabla(\bar{F})] - \bar{F}(\nabla A) + \bar{F}A^2, \quad (2.3.16)$$

$$\overline{D(F)} = (1 + \ln f)D(\overline{F}) - D(\overline{F} \ln f). \quad (2.3.17)$$

შესაბამისად, ნავიე-სტოქსის განტოლების ინტეგრირებისას, ინტეგრირების წესების მკაცრი დაცვით, საშუალო განტოლებებში აუცილებლად უნდა ფიგურირებდეს დროის ან სიხშირის მასშტაბები.

2.4. დროითი მასშტაბების მუდმივობა ერთ-განზომილებიან არასტაციონარულ ნაკადებში

ამ პარაგრაფში, ფურიეს მწკრივების გამოყენებით და მასის შენახვის კანონის საფუძველზე, ერთგანზომილებიანი არასტაციონალური ნაკადების ანალიზის გზით, ნაჩვენებია, რომ ნაკადის გასწვრივ პერიოდული, სტაბილური პულსაციების არსებობისას, ძირითადი სიხშირე, ისევე როგორც ყველა მაღალი სიხშირე რჩება მუდმივი და იცვლება მხოლოდ რხევის ამპლიტუდა.

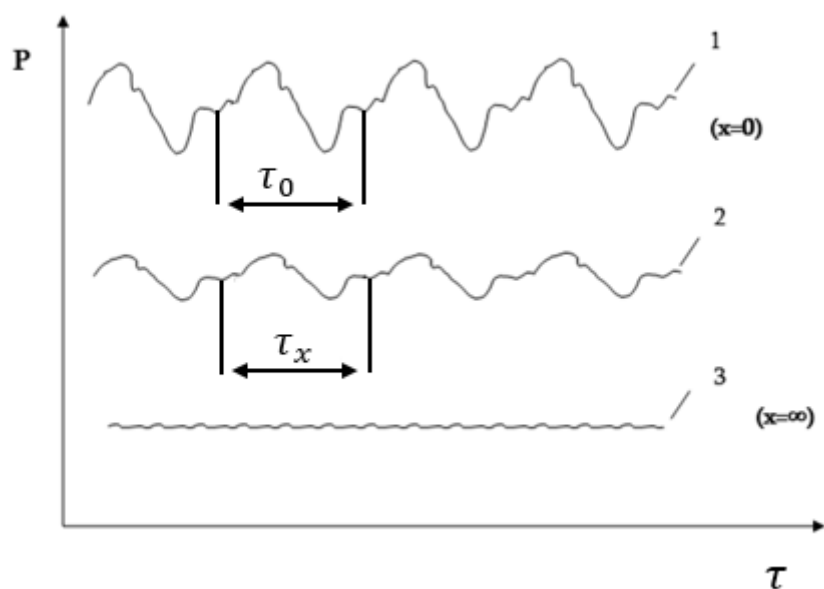
უწყვეტ გარემოში აკუსტიკური ტალღების გავრცელების დროს ამ საკითხს არავითარი თეორიული მტკიცებულება არ ესაჭიროება. აკუსტიკური თეორიიდან კარგადაა ცნობილი, რომ აკუსტიკური ტალღების გავრცელების დროს, რხევების პერიოდი სხვადასხვა ადგილას ერნაირია. ვიბრაციის წყაროდან დაშორების გაზრდისას შეინიშნება ამპლიტუდის ცვლილებები სივრცეში რაც დაკავშირებულია როგორც ენერჯის დისიპაციასთან, ისე მის სივრცეში გაბნევასთან (სფერული ტალღების შემთხვევაში), თუმცა ამავდროულად, რხევის პერიოდი არ იცვლება. აქედან გამომდინარე, ბგერითი სიგნალები სუსტდება, მაგრამ არ მახინჯდება, ვინაიდან, შემფოთებები ვრცელდება მუდმივი სიჩქარით.

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც მდგომარეობის პარამეტრების რხევები მნიშვნელოვანია, აკუსტიკური ტალღების თეორია გამოუსადეგარია, რადგან ტალღის გავრცელების სიჩქარე არის მდგომარეობის პარამეტრების ფუნქცია და არ არის მუდმივი სიდიდე. ექნება თუ არა ადგილი სიხშირის მუდმივობას, როცა გვაქვს ძლიერი პერიოდული შემფოთებები? ამ საკითხში აკუსტიკური ტალღების თეორია გამოუსადეგარია, რადგან მნიშვნელოვანია რხევები და ტალღის გავრცელების სიჩქარე არ არის მუდმივი.

როგორც ქვემოთ იქნება ნაჩვენები, თუკი ერთგანზომილებიან ნაკადში ვრცელდება ნებისმიერი ფორმის ტალღები, ნაკადის ნებისმიერ კვეთში რხევის პერიოდი (შესაბამისად, სიხშირეც), ასევე იქნება იგივე. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, სიხშირის მუდმივობა გარკვეული ხაზების გასწვრივ არის თვისება არამხოლოდ აკუსტიკური ტალღებისა, არამედ ნებისმიერი არასტაციონალური პერიოდული პროცესისა. დაწყებული მარტივი მაგალითებიდან, უფრო ზოგად შემთხვევებზე გადასვლით, ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ ეს თვისება არის საერთო ყველა პერიოდული რხევითი პროცესისათვის, შესაბამისად ამ თვისებას ჩვენ ვუწოდებთ ნაკადის სიჩქარის ვექტორის გასწვრივ რხევის სიხშირის შენახვის პრინციპს.

დავუშვათ, რომ პირდაპირ არხში შედის არასტაციონალური ნაკადი. თუ არხის თავდაპირველ მონაკვეთში ჩვენ დავაყენებთ მზომ ხელსაწყოს, ის დააფიქსირებს რხევებს პერიოდით τ_0 (ნახ.2.4.1, ხაზი 1) ან სიხშირით $f = 1/\tau_0 = \omega/2\pi$. ეს პროცესი ხასიათდება, მინიმალური კუთხური სიჩქარით, რომელიც განისაზღვრება განტოლებიდან $\omega = 2\pi f = 2\pi/\tau_0$.

მზომი ხელსაწყო, რომელიც მდებარეობს მონაკვეთისგან დაშორებულ გარკვეულ მანძილზე, დააფიქსირებს ასევე პერიოდულ პროცესს, დროის ინტერვალით τ_x (ხაზი 2), ხოლო საწყისი კვეთიდან ძალიან დაშორებულ კვეთში ნაკადი იქნება თითქმის სტაციონალური (ხაზი 3.)



ნახ.2.4.1 წნევის რხევები პერიოდული ნაკადის სხვადასხვა კვეთში

ჩვენ ვაჩვენებთ რომ ნაკადის ნებისმიერ კვეთში, დამოუკიდებლად რხევების ფორმისა და ამპლიტუდებისა, რხევის პერიოდი რჩება ერთნაირი ($\tau_0 = \tau_x = idem$). ანუ ადგილი აქვს ტოლობებს:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0, \quad (2.4.1)$$

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial x} = 0. \quad (2.4.2)$$

აღნიშნულის დასამტკიცებლად, განვიხილოთ მასის მყისიერი ნაკადი $G = \rho U F$. აღნიშნული სიდიდე შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც ორი ფუნქციის ჯამი, რომელთაგან ერთი მხოლოდ x კოორდინატის ფუნქციაა, ხოლო მეორე წარმოადგენს სივრცის და დროის პერიოდულ ფუნქციას

$$g = \rho U = \eta(x) + \phi(x, t). \quad (2.4.3)$$

ასე რომ, პერიოდული ფუნქცია შესაძლებელია გამოიხატოს ფურიეს მწკრივის სახით;

$$\phi(x, \tau) = \sum_{i=1, \infty} [a(x)_i \cos(i\omega\tau) + b(x)_i \sin(i\omega\tau)]. \quad (2.4.4)$$

სადაც ამპლიტუდები $a(x)_i, b(x)_i$ და მთავარი სიხშირე ω დამოკიდებულებები არიან x -ზე. ვიცით რა მასის ნაკადის მყისა მნიშვნელობა, გადატანილი მასის სრული რაოდენობა, შეიძლება განისაზღვროს ფორმულიდან:

$$\begin{aligned} \bar{g} &= \frac{1}{\tau_x} \int_0^{\tau_x} g dt = \eta(x) + \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\tau_x} \phi(x, t) dt = \\ &= \eta(x) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1, \infty} \left\{ a(x)_i \int_0^{2\pi} \cos(i\omega t) d(\omega t) + b(x)_i \int_0^{2\pi} \sin(i\omega t) d(\omega t) \right\} = \eta(x). \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

ბუნებრივია, რომ პულსაციის ხასიათისაგან დამოუკიდებლად, ჯამურად გადატანილი მასის ნაკადი, ნებისმიერ კვეთში იქნება ერთნაირი. ამიტომ ჩვენ გვექნება:

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0. \quad (2.4.6)$$

ამგვარად, ფუნქცია η არ არის დამოკიდებული x კოორდინატზე.

$$g = \rho U = C + \sum_{i=1, N} [a(x)_i \cos(i\omega t) + b(x)_i \sin(i\omega t)] \quad (2.4.7)$$

ახლა კი, გავანალიზოთ პროცესი მასის შენახვის დიფერენციალური განტოლების საფუძველზე:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial x} = 0, \quad (2.4.8)$$

ამ გამოსახულების ინტეგრირება დროში, ნებისმიერ კვეთში, გვაძლევს:

$$\int_0^{\tau_x} \frac{\partial \rho U}{\partial x} dt = 0, \quad (2.4.9)$$

თუკი ამ განტოლებაში ჩავსვამთ (2.4.7) გამოსახულებას მივიღებთ:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\tau_x} \sum_{i=1, N} \left[\frac{\partial a(x)_i}{\partial x} \cos(i\omega t) + \frac{\partial b(x)_i}{\partial x} \sin(i\omega t) \right] dt - \\ & - \int_0^{\tau_x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \sum_{i=1, N} [a(x)_i(it) \sin(i\omega t) - b(x)_i(it) \cos(i\omega t)] dt = 0, \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

ან, ინტეგრალის შეტანით ჯამის სიმბოლოს შიგნით:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1, N} \left[\frac{\partial a(x)_i}{\partial x} \int_0^{\tau_x} \cos(i\omega t) dt + \frac{\partial b(x)_i}{\partial x} \int_0^{\tau_x} \sin(i\omega t) dt \right] + \\ & - \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x} \sum_{i=1, N} \left[a(x)_i \int_0^{2\pi} (i\omega t) \sin(i\omega t) d(\omega t) - b(x)_i \int_0^{2\pi} (i\omega t) \cos(i\omega t) d(\omega t) \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ (2.4.11) განტოლების პირველი ორი წევრი ნულის ტოლია, ამგვარად, გვაქვს:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} \sum_{i=1, N} \left[a(x)_i \int_0^{2\pi} (i\omega t) \sin(i\omega t) d(\omega t) - b(x)_i \int_0^{2\pi} (i\omega t) \cos(i\omega t) d(\omega t) \right] = 0, \quad (2.4.12)$$

ამავდროულად, განსაზღვრული ინტეგრალების თეორიიდან გამომდინარეობს, რომ:

$$\int_0^{2\pi} (i\omega t) \cos(i\omega t) d(\omega t) = 0, \quad (2.4.13)$$

$$\int_0^{2\pi} (i\omega t) \sin(i\omega t) d(\omega t) = -2\pi. \quad (2.4.14)$$

ამიტომ, მივიღებთ:

$$2\pi \frac{\partial \omega}{\partial x} \sum_{i=1, N} [a(x)_i] = 0, \quad (2.4.15)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0. \quad (2.4.16)$$

ამრიგად, ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ ნებისმიერი პერიოდული მასის ნაკადში ძირითადი სიხშირე, ნაკადის გასწვრივ, მუდმივია.

2.5. მასის და ენერჯიის პულსირებული ნაკადების საშუალო ვექტორები და მათი შენახვის კანონები.

მასის და ენერჯიის ინტეგრალური ნაკადების შენარჩუნების დიფერენციალური განტოლების ფორმირებამდე, პირველ რიგში, განვიხილავთ მარტივ მაგალითს.

დავუშვათ, პირდაპირ არხში, კომპრესორიდან მიედინება აირის პერიოდული, პულსირებადი ნაკადი. თუ დროის დიდი პერიოდის მანძილზე (დავუშვათ ერთი საათის მანძილზე) მილში შევიდა აირის 100 კგ, მაშინ ეჭვგარეშეა, რომ ამ პერიოდის მანძილზე მილის ბოლოდან გაშვებული იქნება აირის ზუსტად 100 კგ. თუ იგივე დროის პერიოდის მანძილზე, აირთან ერთად მილში შევიდა 30 000 კჯ ენერჯია და მილი იზოლირებულია, მაშინ მეორე ბოლოდან გამოშვებული იქნება ენერჯიის იგივე რაოდენობა. აღნიშნული ნიშნავს, რომ მილის ნებისმიერ ნაწილში, საშუალოდ, გაედინება მასისა და ენერჯიის თანაბარი რაოდენობა. მასის და ენერჯიის ნაკადის საშუალო მნიშვნელობები აღვნიშნოთ სიმბოლოებით \bar{g} და \bar{e}_x . ამ შემთხვევაში, ერთგანზომილებიანი დინებისათვის, მასის და ენერჯიის ინტეგრალური (ან საშუალო) ნაკადების შენახვის კანონს ექნება შემდეგი სახე:

$$\partial \bar{g} / \partial x = 0, \quad (2.5.1)$$

$$\partial \bar{e}_x / \partial x = 0, \quad (2.5.2)$$

სრული ანალოგიით, სივრცითი დინების შემთხვევაში, მასის და ენერჯიის ინტეგრალური ნაკადების შენახვის დიფერენციალური განტოლებების ფორმულირება შეიძლება შემდეგნაირად:

$$\operatorname{div} \bar{g} = 0, \quad (2.5.3)$$

$$\operatorname{div} \bar{e}_\Sigma = 0, \quad (2.5.4)$$

ამ განტოლებებში \bar{g} და \bar{e}_Σ სიმბოლოებით ასახულია უკვე საშუალო მასისა და ენერჯის ვექტორები:

$$\bar{g} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \rho W dt, \quad (2.5.5)$$

$$\bar{e}_\Sigma = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} e_\Sigma dt, \quad (2.5.6)$$

საშუალო ვექტორების განსაზღვრისათვის აუცილებელია ვიცოდეთ მასისა და ენერჯის ნაკადების მყისა მნიშვნელობები. კერძოდ, მასის მყისა ნაკადი განისაზღვრება, როგორც სიმკვრივის და სიჩქარის ნამრავლი:

$$g = \rho W. \quad (2.5.7)$$

ხოლო ენერჯის მყისა ნაკადი წარმოადგენს სხვადასხვა ფიზიკური ბუნების ენერჯების ნაკადების ჯამს:

$$e_\Sigma = \rho W [c_V T + P / \rho] + \rho W W^2 / 2 - W \sigma(W) - \lambda \operatorname{grad} T = e_i + e_K + e_\mu + q. \quad (2.5.8)$$

სადაც:

e_i - ენტალპიის მყისა ნაკადი

e_K - კინეტიკური ენერჯის მყისა ნაკადი

e_μ - ზღანტი ძალების ენერჯის მყისა ნაკადი

q - მყისა თბური ნაკადი

თუ წარმოვიდგენთ მყისიერ პარამეტრებს საშუალო და პულსაციური მნიშვნელობის ჯამის სახით, მაშინ მყისა ნაკადებს შემდეგი სახე ექნებათ:

$$g = \bar{\rho} V + \bar{\rho} w + V \rho' + \rho' w, \quad (2.5.9)$$

$$e_i = \rho W [c_V T + P / \rho] = c_V V \bar{\rho} T + c_V \bar{\rho} T w + c_V \bar{\rho} V T' + c_V \bar{T} V \rho' + c_V \bar{\rho} T' w + c_V \bar{T} \rho' w + c_V V T' \rho' + \bar{P} V + P' w + \bar{P} w + P' V, \quad (2.5.10)$$

$$e_K = \rho W^2 W / 2 = \bar{\rho} (V^2 / 2 + V w + w^2 / 2) V + \bar{\rho} (V^2 / 2 + V w + w^2 / 2) w + \rho' (V^2 / 2 + V w + w^2 / 2) V + \rho' (V^2 / 2 + V w + w^2 / 2) w, \quad (2.5.11)$$

$$e_\mu = -W \sigma(W) = (2/3) \mu W \operatorname{div} W - 2 \mu W D(W) = (2/3) \mu V \operatorname{div} V + (2/3) \mu w \operatorname{div} w +$$

$$+ (2/3)\mu V \operatorname{div} w + (2/3)\mu w \operatorname{div} V - 2\mu V D(V) - 2\mu w D(w) - 2\mu V D(w) - 2\mu w D(V), \quad (2.5.12)$$

$$q = -\lambda \operatorname{grad} \bar{T} - \lambda \operatorname{grad} T'. \quad (2.5.13)$$

შესაბამისად, ამ განტოლებების ინტეგრირება გვაძლევს:

$$\bar{g} = \bar{\rho} V + \bar{\rho}' w, \quad (2.5.14)$$

$$\bar{e}_i = c_v V \bar{\rho} T' + c_v \bar{\rho} T' w + c_v T \bar{\rho}' w + c_v V T' \bar{\rho}' + \bar{P} V + \bar{P}' w, \quad (2.5.15)$$

$$\bar{e}_K = \bar{\rho} V [V^2 / 2 + \bar{w}^2 / 2] + \bar{\rho} V \tau(\bar{w}, \bar{w}) + (V^2 / 2) \bar{\rho}' w + \tau(V, V) \bar{\rho}' w, \quad (2.5.16)$$

$$\bar{e}_\mu = (2/3)\mu V \operatorname{div} V - 2\mu V D(V) + (2/3)\mu w \operatorname{div}(\bar{w}) - 2\mu w D(\bar{w}), \quad (2.5.17)$$

$$\bar{q} = -\lambda \operatorname{grad} \bar{T}. \quad (2.5.18)$$

როგორც ვხედავთ, სიბლანტით გამოწვეული ენერჯის ვექტორის განსაზღვრა შეიძლება ორი ვექტორის ჯამის სახით, რომლებიც განისაზღვრება საშუალო სიჩქარით და პულსაციის სიჩქარით:

$$\bar{e}_\mu = e_{\mu V} + \bar{e}_{\mu w}, \quad (2.5.19)$$

$$\bar{e}_{\mu V} = (2/3)\mu V \operatorname{div} V - 2\mu V D(V), \quad (2.5.20)$$

$$\bar{e}_{\mu w} = (2/3)\mu w \operatorname{div}(\bar{w}) - 2\mu w D(\bar{w}). \quad (2.5.21)$$

ამ ვექტორების განსაზღვრისათვის შეგვიძლია ტენზორული ანალიზის განტოლებების გამოყენება:

$$2VD(V) = (V \nabla) V + \operatorname{grad}(V^2 / 2), \quad (2.5.22)$$

$$2wD(w) = \operatorname{grad}(w^2 / 2) + \operatorname{div}[\tau(w, w)] - w \operatorname{div}(w), \quad (2.5.23)$$

ბოლო განტოლების ინტეგრირება დროში გვაძლევს:

$$2\bar{w}D(\bar{w}) = \operatorname{grad}(\bar{w}^2 / 2) + \operatorname{div}[\tau(\bar{w}, \bar{w})] - A \bar{w}^2 / 2 - A \tau(\bar{w}, \bar{w}) - \bar{w} \operatorname{div}(\bar{w}), \quad (2.5.24)$$

ან

$$\bar{e}_{\mu w} = (5/3)\mu w \operatorname{div} \bar{w} - \mu \operatorname{grad}(\bar{w}^2 / 2) - \mu \operatorname{div}[\tau(\bar{w}, \bar{w})] + \mu A \bar{w}^2 / 2 + \mu A \tau(\bar{w}, \bar{w}). \quad (2.5.25)$$

როგორც ვხედავთ, ამ განტოლების პირველი წევრი წარმოადგენს მცირე სიდიდეს, ხოლო დანარჩენი წევრები განისაზღვრებიან ტურბულენტობის ენერჯის, ტურბულენტური ძაბვის ტენზორის და დროის მასშტაბის გრადიენტების საფუძველზე. ზემოთ ხსენებული კავშირების გათვალისწინებით, ენერჯის საშუალო ნაკადს აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} \bar{e}_\Sigma = \rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu w} + \bar{q} + \rho V \tau(\bar{w}, \bar{w}) +, \\ + c_v V \bar{\rho}' T' + c_v T \bar{\rho}' w + c_v \rho \bar{T}' w + \bar{P}' w + (V^2/2) \bar{\rho}' w + \tau(V, V) \bar{\rho}' w, \end{aligned} \quad (2.5.26)$$

$$h^* = c_v \bar{T} + \bar{P} / \bar{\rho} + V^2 / 2 + \bar{w}^2 / 2. \quad (2.5.27)$$

შესაბამისად, ენერჯის შენახვის კანონი მიიღება ბოლო მნიშვნელობის ჩანაცვლებით განტოლებაში (2.5.4).

$$\begin{aligned} \text{div}\{\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu w} + \bar{q} + \rho V \tau(\bar{w}, \bar{w})\} + \\ + \text{div}\{c_v V \bar{\rho}' T' + c_v T \bar{\rho}' w + c_v \rho \bar{T}' w + \bar{P}' w + (V^2/2) \bar{\rho}' w + \tau(V, V) \bar{\rho}' w\} = 0. \end{aligned} \quad (2.5.28)$$

როგორც შემდგომში ვიხილავთ, მასის და ენერჯის შენახვის დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირების გზით და დროის მასშტაბის ცვალებადობის გათვალისწინებით, მიიღება შენახვის პირობები განსხვავებული ფორმით და ეს განსხვავება მოგვცემს საშუალებას მივიღოთ დამატებითი განტოლებები ტურბულენტობის პრობლემის გადაწყვეტისათვის.

2.6 მასის და ენერჯის შენახვის დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირება დროითი მასშტაბების ცვლილების გათვალისწინებით და დამატებითი განტოლებები ტურბულენტობის პრობლემის გადაჭრისათვის

მასის და ენერჯის შენახვის დიფერენციალურ განტოლებას აქვს სახე:

$$\partial \rho / \partial t + \text{div} \rho W = 0, \quad (2.6.1)$$

$$\partial [\rho c_v T + \rho W^2 / 2] / \partial t + \text{div}[e_\Sigma] = 0. \quad (2.6.2)$$

შესაბამისად, ამ განტოლებების ინტეგრირება პულსაციის პერიოდის ცვალებადობის პირობებში, გვადლევს:

$$\text{div}[\bar{g}] = \bar{g} A, \quad (2.6.3)$$

$$\text{div}[\bar{e}_\Sigma] = \bar{e}_\Sigma A. \quad (2.6.4)$$

მეორეს მხრივ, განტოლებები (2.5.3) და (2.5.4) ასევე სამართლიანია.

ამიტომ, მათი შედარება საშუალებას გვადლევს დავასკვნათ:

$$\bar{g} A = 0, \quad (2.6.5)$$

$$\bar{e}_\Sigma A = 0. \quad (2.6.6)$$

ამრიგად, ჩვენ მივიღეთ ორი დამატებითი სკალარული განტოლება ტურბულენტობის პრობლემის გადასაჭრელად.

2.7. უწყვეტობის განტოლება და დროის მასშტაბების შენახვის კანონი დინების გასწვრივ

(2.4) პარაგრაფში, ფურიეს მწკრივებით ფუნქციის დაშლის გზით, ერთგანზომილებიანი პულსირებული ნაკადის ანალიზის მეშვეობით, ნაჩვენებია იყო, რომ ნაკადის გასწვრივ რხევის პერიოდი მუდმივი რჩება. მასის შენახვის დიფერენციალური განტოლების საფუძველზე, სივრცითი დინების ანალიზი გვაძლევს ანოლოგიურ შედეგს. აღნიშნულის დემონსტრაციისათვის გამოვიყენებთ განტოლებას (2.5.14) და გავითვალისწინებთ (2.6.5). ამ შემთხვევაში, ვღებულობთ:

$$\overline{\rho'wA} + \overline{\rho VA} = 0. \quad (2.7.1)$$

ქვემოთ, (4.5) და (4.6) პარაგრაფებში, მასის შენახვის კანონის და კუმშვადი გარემოსთვის მათემატიკური იგივეობების დეტალური ანალიზის მეშვეობით, ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ

$$\overline{\rho'wA} = 0, \quad (2.7.2)$$

შესაბამისად, (2.7.1)-დან ვიღებთ:

$$AV = 0, \quad (2.7.3)$$

ან

$$Vgradf = 0, \quad (2.7.4)$$

$$div[\overline{\rho fV}] + fdiv[\overline{\rho A_p}] = 0. \quad (2.7.5)$$

აღნიშნული განტოლება ადასტურებს, რომ ჩვენს მიერ ერთგანზომილებიანი ნაკადებისათვის მიღებულ შედეგს ნაკადის ფურიეს მწკრივად დაშლის მეთოდით გააჩნია მყარი თეორიული საფუძველი. თუმცა, დინების გასწვრივ, დროის მასშტაბების შენახვის პრინციპი სივრცით ნაკადებში როგორც ჩანს, არ უნდა ჩავთვალოთ უნივერსალურ კანონად, რადგან (2.7.3) განტოლება შესაძლოა დაცული იყოს სხვა პირობებშიც. მაგალითად, ეს პირობა დაცული იქნება, თუ მასშტაბების ცვლილება ხდება კანონით:

$$gradf = C_f (f/V^2)(V \times rotV), \quad (2.7.6)$$

სადაც C_f - უგანზომილებო კოეფიციენტი. სიხშირეების განსაზღვრა (2.7.4) და (2.7.5) განტოლებების საფუძველზე ხელსაყრელია, რადგან ასეთი მიდგომა ითხოვს სიხშირეების ცოდნას სასაზღვრო ზედაპირებზე და არ არის დაკავშირებული უცნობი კოეფიციენტის გამოყენებასთან. ამასთან ერთად, (2.7.6) განტოლება საინტერესოა იმით, რომ ასახავს სიჩქარის ველის ლოკალური უთანასწორობის გავლენას სიხშირეების გრადიენტების წარმოქმნაზე. შესაბამისად, აღნიშნული განტოლება ასევე შესაძლოა გახდეს შესწავლის ობიექტი.

2.8. უწყვეტობის განტოლება და კორელაცია

განვიხილოთ უწყვეტობის განტოლება:

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div} \rho W = 0. \quad (2.8.1)$$

წარმოვადგინოთ სიჩქარე და სიმკვრივე საშუალო მნიშვნელობის და პულსაციის ჯამის სახით:

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div} [\bar{\rho} V + \bar{\rho} w + \rho' V + \rho' w] = 0. \quad (2.8.2)$$

განვიხილოთ გასაშუალებული უწყვეტობის განტოლება (2.5.3-2.5.14),

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div} [-\bar{\rho} A_p + \bar{\rho} w + \rho' V + \rho' w] = 0. \quad (2.8.3)$$

ვამრავლებთ პულსაციის სიჩქარეზე:

$$w \partial \rho / \partial t - w \operatorname{div} [\bar{\rho} A_p] + w \operatorname{div} \bar{\rho} w + w \operatorname{div} \rho' V + w \operatorname{div} \rho' w = 0, \quad (2.8.4)$$

$$w \partial \rho / \partial t - w \operatorname{div} [\bar{\rho} A_p] + w \operatorname{div} \bar{\rho} w + w \rho' \operatorname{div} V + w V \operatorname{grad} \rho' + w \operatorname{div} \rho' w = 0, \quad (2.8.5)$$

$$w \partial \rho / \partial t - w \operatorname{div} [\bar{\rho} A_p] + \bar{\rho} [w \operatorname{div} w] + w [w \operatorname{grad} \bar{\rho}] + w \rho' \operatorname{div} V + w V \operatorname{grad} \rho' + w \operatorname{div} \rho' w = 0. \quad (2.8.6)$$

განვახორციელოთ უკანასკნელი განტოლების ინტეგრირება და გავითვალისწინოთ, რომ ადგილი აქვს პირობას:

$$\overline{\rho' \partial W / \partial t} = -\overline{w \partial \rho / \partial t}. \quad (2.8.7)$$

შესაბამისად, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \overline{\rho' \partial W / \partial t} = & \overline{\rho w \operatorname{div} w} + \overline{\tau(w, w) \operatorname{grad} \rho} + \overline{\rho A_p \operatorname{div} V} + \\ & + \overline{w (V \operatorname{grad} \rho')} + \overline{\tau(w, w) \operatorname{grad} \rho'} + \overline{\rho' w \operatorname{div} w}. \end{aligned} \quad (2.8.8)$$

II თავის დასკვნა

რეინოლდსის მოდელის მიღების დროს გამოყენებული ძირითადი დაშვებების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ, ზოგად შემთხვევაში, მიზანშეწონილია გამოყენებული იქნას უფრო ზოგადი მოდელი, რომლის თანახმადაც, გარდა ტრადიციული რეინოლდსისეული პულსაციებისა, განიხილება რადიკალურად განსხვავებული სიხშირის პერიოდული ფლუქტუაციების არსებობა, რომლებსაც არ გააჩნიათ კორელაცია რეინოლდსის პულსაციებთან, მაგრამ ქმნიან ტურბულენტური ძაბვების დამატებით ტენზორს. ნაჩვენებია რომ რხევის პერიოდის სივრცის მიხედვით ცვლილების პირობებში, ნავიე-სტოქსის განტოლების ინტეგრირების განსაკუთრებულობები იძლევიან ძალზედ მნიშვნელოვან დამატებით გამოსახულებებს ტურბულენტობის პრობლემის გადასაჭრელად. კერძოდ, ფურიეს მწკრივების გამოყენებით ჩატარებული ანალიზის გზით, ავტორის მიერ დამტკიცებულია, რომ რხევის მთავარი სიხშირე ნაკადის გასწვრივ მუდმივ სიდიდეს წარმოადგენს, რაც სრულ თანხვედრაშია სივრცითი ნაკადებისათვის განსხვავებული მეთოდებით მიღებულ უფრო ზოგად შედეგთან იმის თაობაზე, რომ სიხშირის გრადიენტი ერთდროულად სიჩქარის ვექტორის და ენერჯიის ნაკადის ვექტორის მართობულია.

თავი 3. ათვლის სისტემისაგან სკალარული პარამეტრების დამოუკიდებლობის პრინციპი და დამატებითი განტოლებები საფრენი აპარატების მოდელირებისათვის გამოყენებულ განტოლებათა სისტემისათვის

3.1. ათვლის სისტემისაგან სკალარული პარამეტრების დამოუკიდებლობის პრინციპი.

პირველ რიგში, გავიხსენოთ ათვლის სისტემისაგან სკალარული პარამეტრების დამოუკიდებლობის პრინციპი.

თუ ვერტიკალური აფრენის დრო, ტემპერატურა ძრავის გაციების სისტემაში წამში 0.1 გრადუსია, მაშინ, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ტემპერატურის სრულ წარმოებულს გააჩნია მნიშვნელობა $dT/dt = 0,1$ გრად/წმ და აღნიშნული სიდიდე არის ერთნაირი როგორც ბორტინჟინისათვის, ასევე დისპეჩერისათვის აეროპორტში. ბოლო მაგალითი ასახავს სკალარული პარამეტრების ათვლის სისტემისაგან დამოუკიდებლობის პრინციპს.

დავუშვათ დამკვირვებელი გადაადგილდება ნაკადში W მოძრაობის სიჩქარით. იმის გათვალისწინებით, რომ დამკვირვებლის მიმართ ძირითადი ნაკადი უმოძრაოა, ის ტემპერატურის სრულ წარმოებულს, თავისი დაკვირვების წერტილში აღიქვამს, როგორც კერძო წარმოებულს დროში. შესაბამისად, თუ აღნიშნულ წერტილში ტემპერატურა იცვლება, მაგალითად 0.1 გრადუსით წამში, მაშინ მას შეუძლია დაწეროს:

$$dT/dt_m = 0.1 \text{ გრად/წამი.} \tag{3.1.1}$$

იგივე წარმატებით, უძრავი (ან ინერციული) სისტემის შიგნით მყოფ დამკვირვებელს შეუძლია დაწეროს:

$$dT/dt = \partial T/\partial t + WgradT = 0.1 \text{ გრად/წამი,} \tag{3.1.2}$$

ან

$$dT/dt_m = dT/dt. \tag{3.1.3}$$

ჩვენს მიერ მოყვანილი მაგალითები საშუალებას გვაძლევენ დავასკვნათ, რომ, როგორც ნებისმიერი სკალარული პარამეტრი S , ასევე, მისი სრული წარმოებულები დროში არ არიან დამოკიდებული ათვლის სისტემაზე და

ერთნაირი არიან როგორც ინერციულ, ასევე არაინერციულ, ნებისმიერი კანონით მოძრავ სისტემაში:

$$S_m = S, \quad (3.1.4)$$

$$dS / dt_m = dS / dt. \quad (3.1.5)$$

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ნებისმიერ სისტემაში მყოფი დამკვირვებლისათვის სრულ წარმოებულს სკალარული პარამეტრისაგან ყველგან გააჩნია ერთნაირი მნიშვნელობა:

$$dS / dt = \partial S / \partial t + (W \nabla) S, \quad (3.1.6)$$

ან

$$dS / dt = \partial S / \partial t + W \text{grad} S. \quad (3.1.7)$$

3.2. სკალარული პარამეტრების კერძო და სრული წარმოებულები V სიჩქარით მოძრავ სისტემაში

განვიხილოთ მოცულობა უწყვეტ გარემოში, სადაც განსაზღვრულია სკალარული პარამეტრის ველი, როგორც სივრცისა და დროის ფუნქცია $S = S(x, y, z, t)$. ეს პარამეტრი ცალსახად განსაზღვრავს აღნიშნული პარამეტრის საშუალო მნიშვნელობის ველს $\bar{S} = \bar{S}(x, y, z)$, რომელიც წარმოადგენს მხოლოდ სივრცითი კოორდინატების ფუნქციას.

აღნიშნულ სივრცეში მოძრაობისას ნაკადის მოძრაობის V საშუალო სიჩქარით, დამკვირვებელი ამჩნევს, რომ m წერტილში \bar{S} პარამეტრის ცვლილება ხორციელდება სიჩქარით

$$d\bar{S} / dt_m = V \text{grad} \bar{S}. \quad (3.2.1)$$

ის, იმავდროულად, აკვირდება აღნიშნული პარამეტრის მყისა მნიშვნელობის ცვლილებასაც, თუმცა, იმის გათვალისწინებით, რომ m წერტილი გადაადგილდება დამკვირვებელთან ერთად, ამ ცვლილებას ის აღიქვამს, როგორც კერძო წარმოებულს დროში აღნიშნული არასტაციონარული პარამეტრისაგან.

$$\partial S / \partial t_m = \partial S / \partial t + V \text{grad} S. \quad (3.2.2)$$

გარდა ამისა, აღნიშნული წერტილის მახლობლობაში, ნაკადი გადაადგილდება W პულსაციის სიჩქარით, ამიტომაც, მოძრავი დამკვირვებელი განსაზღვრავს სრულ წარმოებულს შემდეგი განტოლებიდან:

$$dS / dt_m = \partial S / \partial t_m + (w \nabla) S. \quad (3.2.3)$$

(3.2.2) გათვალისწინებით ვიღებთ:

$$dS / dt_m = \partial S / \partial t + (V \nabla) S + (w \nabla) S. \quad (3.2.4)$$

ამასთან, არაინერციულ სისტემაში, რომელიც მოძრაობს V სიჩქარით, სრული წარმოებული სკალარული პარამეტრებისგან არ არის დამოკიდებული ათვლის სისტემის მოძრაობის კანონისაგან.

ამიტომ გვაქვს:

$$dS / dt = \partial S / \partial t + W \text{grad} S = dS / dt_m,$$

(3.2.5)

$$d\bar{S} / dt = V \text{grad} \bar{S} = d\bar{S} / dt_m. \quad (3.2.6)$$

3.3. კერძო და სრული წარმოებულები ვექტორული პარამეტრებისათვის სისტემაში, რომელიც მოძრაობს ნაკადის საშუალო სიჩქარით

სკალარული პარამეტრებისგან განსხვავებით, ვექტორული პარამეტრები დამოკიდებული არიან ათვლის სისტემაზე. ვაჩვენოთ ეს პულსაციის სიჩქარის ვექტორის მაგალითზე.

განვიხილოთ ათვლის სისტემა, რომელიც მოძრაობს ნაკადის საშუალო V სიჩქარით. დამკვირვებელი, რომელიც იმყოფება m წერტილში, ამჩნევს მოძრაობას აღნიშნულ წერტილში w სიჩქარით. თუ განვიხილავთ პულსაციის სიჩქარის კომპონენტებს სკალარული პარამეტრების სახით, შეგვიძლია განვსაზღვროთ მათი კერძო წარმოებულები დროში მოძრავი სისტემის მიმართ:

$$\partial w_x / \partial t_m = \partial w_x / \partial t + (V \nabla) w_x, \quad (3.3.1)$$

$$\partial w_y / \partial t_m = \partial w_y / \partial t + (V \nabla) w_y, \quad (3.3.2)$$

$$\partial w_z / \partial t_m = \partial w_z / \partial t + (V \nabla) w_z. \quad (3.3.3)$$

შესაბამისად, პულსაციის სიჩქარის კომპონენტების სრული წარმოებულები არაინერციულ სისტემაში იქნება განსაზღვრული შემდეგი განტოლებებიდან:

$$dw_x / dt_m = \partial w_x / \partial t_m + (w \nabla) w_x,$$

(3.3.4)

$$dw_y / dt_m = \partial w_y / \partial t_m + (w \nabla) w_y, \tag{3.3.5}$$

$$dw_z / dt_m = \partial w_z / \partial t_m + (w \nabla) w_z. \tag{3.3.6}$$

ბოლო განტოლებების დაჯამება, (3.2.1) – (3.2.3) -ის გათვალისწინებით საშუალებას გვაძლევს გავნსაზღვროთ პულსაციის სიჩქარის ვექტორის სრული წარმოებული:

$$dw / dt_m = \partial w / \partial t + (V \nabla) w + (w \nabla) w,$$

(3.3.7)

ან

$$dw / dt_m = \partial w / \partial t + (W \nabla) w. \tag{3.3.8}$$

აღნიშნული განტოლება გვიჩვენებს უწყვეტი გარემოს ნაწილაკების აჩქარებას მოძრავი, არაინერციული სისტემის მიმართ. ეს აჩქარება, სკალარული პარამეტრებისაგან განსხვავებით, დამოკიდებულია ათვლის სისტემის მოძრობაზე და განისაზღვრება ნიუტონის კანონის საფუძველზე არაინერციული სისტემისათვის. ამასთან ერთად, როგორც ვხედავთ, (3.3.7) განტოლების გათვალისწინება ნიუტონის კანონში გვაძლევს ასევე ძალიან საინტერესო ინფორმაციას ტურბულენტობის თეორიისათვის.

3.4 სკალარული პარამეტრების ათვლის სისტემისგან

დამოუკიდებლობის პრინციპი და კორელაცია.

როგორც ჩვენ ვაჩვენეთ, სკალარული პარამეტრების სრული წარმოებულის მყისა მნიშვნელობა განისაზღვრება (3.2.4) და (3.2.5) განტოლებისაგან. ამ განტოლებების დროში ინტეგრირებისას ვიღებთ:

$$\overline{\frac{dS}{dt}} = \overline{(V \nabla) S} + \overline{(w \nabla) S}. \tag{3.4.1}$$

რხევის პერიოდის სივრცეში ცვალებადების დროს ინტეგრირების კანონების გათვალისწინებით, ვიღებთ:

$$\frac{d\bar{S}}{dt} - \bar{S}(AV) = \overline{(V \nabla) S} - \bar{S}(AV) + \overline{(w \nabla) S}, \tag{3.4.2}$$

ან (3.2.6) - ის გათვალისწინებით

$$\overline{wgradS} = 0. \quad (3.4.3)$$

აღნიშნული განტოლება გვამღებს ძალიან საინტერესო ინფორმაციას კორელაციაზე სიჩქარის პულსაციებსა და სკალარული პარამეტრების გრადიენტებს შორის. ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯის და უწყვეტი გარემოს მდგომარეობის პარამეტრების განხილვისას (წნევა, ტემპერატურა, სიმკვრივე ენტროპია), ვიღებთ:

$$\overline{(w\nabla)w^2} = 0, \quad (3.4.4)$$

$$\overline{(w\nabla)P} = 0, \quad (3.4.5)$$

$$\overline{(w\nabla)T} = 0, \quad (3.4.6)$$

$$\overline{(w\nabla)\rho} = 0, \quad (3.4.7)$$

$$\overline{(w\nabla)s} = 0. \quad (3.4.8)$$

კორელაციის ეს განტოლებები მომავალში დაგვეხმარება მასისა და ენერჯის პერიოდული ნაკადების ინტეგრირებისას.

III თავის დასკვნა

ნებისმიერი სკალარული პარამეტრის S ათვლის სისტემისაგან დამოუკიდებლობის პრინციპის საფუძველზე მიღებული შედეგი $\overline{wgradS} = 0$ წარმოადგენს ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს საშუალებას ნავიე-სტოქსის განტოლებათა ინტეგრებისათვის და განსაზღვრავს ცვლადი პარამეტრების უცნობ კორელაციებს იმ განტოლებათა სისტემის ჩამოყალიბებისათვის, რომელსაც ეფუძნება განსახილველი ნაშრომი ატმოსფეროში მიმდინარე პროცესის ანალიზის დროს.

თავი 4. მათემატიკური იგივეობა უწყვეტი გარემოს პარამეტრებისათვის და მათი დროში ინტეგრირების შედეგები

აღნიშნულ თავში ჩვენ განვიხილავთ სხვადასხვა ცნობილ დიფერენციალურ განტოლებებს უწყვეტი გარემოს სკალარული, ვექტორული და ტენზორული პარამეტრებისათვის და მათი დროში ინტეგრირების გზით მივიღებთ მათემატიკურ დამოკიდებულებებს, რაც მნიშვნელოვან როლს ითამაშებს დიფერენციალური განტოლების სისტემის პრობლემის გადაწყვეტაში.

4.1. მათემატიკური იგივეობა სკალარული პარამეტრებისათვის კუმშვად გარემოში და სიმკვრივის რხევები

კარგად ცნობილია, რომ უწყვეტი გარემოს სკალარული პარამეტრის სრული წარმომადგენელი უწყვეტობის განტოლების გათვალისწინებით, შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\rho \frac{dS}{dt} = \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \text{div}[S\rho W]. \quad (4.1.1)$$

აღნიშნული განტოლება ნიშნავს, რომ სამართლიანია მტკიცებულება:

$$\rho \frac{\partial S}{\partial t} + \rho W \text{grad} S = \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \text{div}[S\rho W]. \quad (4.1.2)$$

წარმოვიდგინოთ სიმკვრივე და სიჩქარე საშუალო მნიშვნელობის და პულსაციის ჯამის სახით და განვახორციელოთ აღნიშნული იგივეობის ინტეგრირება:

$$\begin{aligned} \overline{\rho' \partial S / \partial t} + \overline{\rho V \text{grad} S} + \overline{\rho' V \text{grad} S} + \overline{\rho' w \text{grad} S} = \\ = \text{div}[S \overline{\rho V}] + \overline{\text{div}[S \rho' V]} + \overline{\text{div}[\rho S w]} + \overline{\text{div}[\rho' S w]}. \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

ინტეგრირების წესების გათვალისწინებით, აღნიშნული განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned} \overline{\rho' \partial S / \partial t} + \overline{\rho V \text{grad} S} - \overline{\rho S A V} + \overline{V \rho' \text{grad} S} + \overline{\rho' w \text{grad} S} = \text{div}[S \overline{\rho V}] + \overline{\text{div}[S \rho' V]} + \overline{\text{div}[\rho S w]} + \overline{\text{div}[\rho' S w]} - \\ - \overline{S \rho A V} - \overline{S \rho' V A} - \overline{\rho S w A} - \overline{\rho' S w A}, \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

ან

$$\overline{\rho' \partial S / \partial t} + \overline{V \rho' \text{grad} S} + \overline{\rho' w \text{grad} S} = \overline{S \text{div}[\rho V]} + \overline{\text{div}[S \rho' V]} + \overline{\text{div}[\rho S w]} + \overline{\text{div}[\rho' S w]} -$$

$$-\overline{S\rho'AV} - \overline{\rho(Sw)A} - \overline{\rho'SwA}. \quad (4.1.5)$$

შესაბამისად, თუ წარმოვიდგენთ S -ს საშუალო მნიშვნელობის და პულსაციის ჯამის სახით, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \overline{div[\rho(Sw)]} - \overline{\rho(Sw)A} &= \overline{\rho'\partial S/\partial t} + V\overline{\rho'gradS} + \overline{\rho'wgradS} + \overline{S\rho'AV} + \overline{SA(\rho'w)} + \\ &+ \overline{\rho'S'wA} - \overline{div[S'\rho'w]} - \overline{div[S(\rho'w)]} - \overline{div[(S\rho')V]} - \overline{Sdiv[\rho V]} - \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

გამოვიყენოთ დროში ინტეგრირების კანონები:

$$\begin{aligned} \overline{div[\rho Sw]} &= \overline{\rho'\partial S/\partial t} + V\overline{\rho'gradS} + \overline{\rho'wgradS} + \overline{S\rho'AV} + \overline{SA\rho'w} - \overline{div[S'\rho'w]} - \overline{div[S\rho'V]} - \overline{Sdiv[\rho V]} - \\ &- \overline{Sdiv[\rho'w]} - \overline{\rho'wgradS}. \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

ამასთან ერთად, თუ გავითვალსიწინებთ უწყვეტობის განტოლებას, მაშინ ბოლო განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned} \overline{div[\rho Sw]} + \overline{div[S'\rho'w]} &= \overline{\rho'\partial S/\partial t} + V\overline{\rho'gradS} + \overline{\rho'wgradS} + \\ &+ \overline{S\rho'(AV)} + \overline{(AS)\rho'w} - \overline{div[S\rho'V]} - \overline{(\rho'w)gradS}. \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ საინტერესო განტოლება, რომელიც აკავშირებს უწყვეტი გარემოს სკალარულ პარამეტრს სიმკვრივის პულსაციებთან.

4.2. მათემატიკური იგივეობა სკალარული პარამეტრებისათვის უკუმშვად გარემოში

განვიხილოთ უკუმშვადი გარემო ($\rho' = 0$) და განვსაზღვროთ (4.1.8) განტოლების შედეგები. ამ შემთხვევაში, მივიღებთ:

$$\overline{div[Sw]} = 0, \quad (4.2.1)$$

შესაბამისად, ნებისმიერი სკალარული პარამეტრების მაგივრად, მდგომარეობის პარამეტრების ან უკუმშვადი გარემოს ნაკადის კინეტიკური ენერჯის განხილვის შემთხვევაში მივიღებთ:

$$\overline{div(\rho w^2 w)} = 0, \quad (4.2.2)$$

$$\overline{div(P'w)} = 0, \quad (4.2.3)$$

$$\overline{div(T'w)} = 0. \quad (4.2.4)$$

ეს განტოლებები, შემდგომში მნიშვნელოვან როლს ითამაშებენ დროში გასაშუალებული დიფერენციალური განტოლებების მიღების პრობლემის გადაწყვეტაში.

4.3. განტოლება სიმკვრივის რხევის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდისათვის

(4.1.8) განტოლება გვაძლევს ძალიან საინტერესო ინფორმაციას სიმკვრივის რხევის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდის ცვლილების ხასიათზე კუმშვად გარემოში.

განვიხილოთ სკალარული პარამეტრის სახით:

$$S = \rho / \bar{\rho} = 1 + \rho' / \bar{\rho}, \quad (4.3.1)$$

$$S' = \rho' / \bar{\rho} = a_\rho, \quad (4.3.2)$$

$$\bar{S} = 1. \quad (4.3.3)$$

ამ შემთხვევაში, (4.1.8) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\overline{div[\rho'w]} + \overline{div[\rho'^2w / \bar{\rho}]} = \bar{\rho} \overline{\partial(a_\rho^2 / 2) / \partial t} + \bar{\rho} \overline{V grad(a_\rho^2 / 2)} + \bar{\rho} \overline{w grad[a_\rho^2 / 2]} + \bar{\rho} \overline{a_\rho^2 AV} + \bar{\rho} \overline{AA_\rho} - \overline{div[a_\rho^2 \bar{\rho} V]}. \quad (4.3.4)$$

აღნიშნული განტოლების მარჯვენა ნაწილის პირველი წევრი, როგორც ინტეგრალი კერძო წარმოებულისათვის დროში, უდრის ნულს. მესამე წევრი მარჯვენა ნაწილში, (3.4.3) განტოლების გათვალისწინებით ასევე უდრის ნულს. შესაბამისად, გვაქვს:

$$\overline{div[\rho'w]} + \overline{div[\rho'^2w / \bar{\rho}]} = \bar{\rho} \overline{V grad(a_\rho^2 / 2)} + \bar{\rho} \overline{a_\rho^2 AV} / 2 + \bar{\rho} \overline{AA_\rho} - \overline{div[a_\rho^2 \bar{\rho} V]}, \quad (4.3.5)$$

ან

$$\overline{div[\rho'w]} + \overline{div[\rho'^2w / \bar{\rho}]} = -\bar{\rho} \overline{V grad(a_\rho^2 / 2)} + \bar{\rho} \overline{a_\rho^2 AV} / 2 + \bar{\rho} \overline{AA_\rho} - \overline{a_\rho^2 div[\bar{\rho} V]}. \quad (4.3.6)$$

გავითვალისწინოთ, რომ უწყვეტობის განტოლების შესაბამისად, სამართლიანია გამოსახულება:

$$div(\bar{\rho} V) = -div(\rho'w) = -\overline{div[\rho'w]} - \bar{\rho} A_\rho A. \quad (4.3.7)$$

შესაბამისად ვღებულობთ:

$$\overline{div[\rho'w]} + \overline{div[\rho'^2 w / \rho]} = -\overline{\rho V grad(a_\rho^2 / 2)} + \overline{\rho a_\rho^2 AV / 2} + 2\overline{\rho AA_\rho} + \overline{a_\rho^2 div[\rho'w]}. \quad (4.3.8)$$

ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ განტოლება სიმკვრივის რხევის უგანზომილებო საშუალო კვადრატულის ამპლიტუდისთვის:

$$\overline{\rho V grad(a_\rho^2 / 2)} = [\overline{a_\rho^2} - 1] \overline{div[\rho A_\rho]} - \overline{div[\rho'^2 w / \rho]} + [3 - \overline{a_\rho^2}] \overline{\rho AA_\rho} + \overline{\rho a_\rho^2 AV / 2}. \quad (4.3.9)$$

(4.5) და (4.6) პარაგრაფებში ნაჩვენებია იქნება, რომ აღნიშნული განტოლების ბოლო ორი წევრი ტოლია ნულის. შესაბამისად, წნევის რხევის უგანზომილებო ამპლიტუდისათვის სამართლიანია განტოლება:

$$\overline{\rho V grad(a_\rho^2 / 2)} = [\overline{a_\rho^2} - 1] \overline{div[\rho A_\rho]} - \overline{div[\rho'^2 w / \rho]}. \quad (4.3.10)$$

ან, იმის გათვალისწინებით, რომ ბოლო წევრში ფიგურირებენ მესამე რიგის მცირე სიდიდეები, გვექნება:

$$\overline{\rho V grad(a_\rho^2 / 2)} \approx [\overline{a_\rho^2} - 1] \overline{div[\rho A_\rho]}. \quad (4.3.11)$$

4.4. მათემატიკური იგივეობა პულსაციის ტენზორისათვის უკუმშვად გარემოში

განვიხილოთ მათემატიკური იგივეობა:

$$W grad w^2 + w^2 div W = div[w^2 W] \quad (4.4.1)$$

უკუმშვადი სითხის შემთხვევაში ($div W = 0$) ის იღებს შემდეგ სახეს:

$$W grad w^2 = div[w^2 W]. \quad (4.4.2)$$

წარმოვიდგინოთ სიჩქარე საშუალო მნიშვნელობის და პულსაციის ჯამის სახით და ჩავატაროთ ინტეგრირება დროში:

$$V grad \overline{w^2} - \overline{w^2} (AV) = \overline{div[w^2 W]} - \overline{w^2 W A}. \quad (4.4.3)$$

გავითვალისწინოთ, რომ

$$\overline{w^2 W} = V \overline{w^2} + \overline{w^2 w}, \quad (4.4.4)$$

$$V grad \overline{w^2} - \overline{w^2} (AV) = \overline{w^2} div V + V grad \overline{w^2} + \overline{div w^2 w} - \overline{w^2} (AV) - \overline{w^2 w A}. \quad (4.4.5)$$

შესაბამისად

$$\overline{div[w^2 w]} - \overline{w w^2 A} = 0, \quad (4.4.6)$$

ან

$$\overline{div[w^2 w]} = 0. \quad (4.4.7)$$

ჩავატაროთ ანალოგიური გარდაქმნები სრული სიჩქარის ვექტორისათვის. ამისათვის განვიხილოთ მათემატიკური იგივეობა:

$$WgradW^2 + W^2 divW = div[W^2 W]. \quad (4.4.8)$$

უკუმშვადი სითხის შემთხვევაში ($divW = 0$), ის იღებს სახეს:

$$WgradW^2 = div[W^2 W]. \quad (4.4.9)$$

წარმოვადგინოთ სიჩქარე საშუალო სიჩქარის და პულსაციის ჯამის სახით და განვახორციელოთ ინტეგრირება:

$$V \overline{gradW^2} + \overline{wgradW^2} = \overline{div[W^2 W]}, \quad (4.4.10)$$

ან

$$Vgrad\overline{W^2} - \overline{W^2}(AV) = \overline{div[WW^2]} - \overline{WW^2}A, \quad (4.4.11)$$

$$Vgrad\overline{V^2} + Vgrad\overline{w^2} - \overline{V^2}(AV) - \overline{w^2}(AV) = \overline{div[VW^2]} + \overline{div[wW^2]} - \overline{WW^2}A, \quad (4.4.12)$$

$$\begin{aligned} Vgrad\overline{V^2} + Vgrad\overline{w^2} - \overline{V^2}(AV) - \overline{w^2}(AV) = \\ = \overline{div[VV^2 + Vw^2]} + \overline{div[2w(Vw)]} + \overline{div[w^2 w]} - \overline{WW^2}A \end{aligned} \quad (4.4.13)$$

$$\overline{div[2w(Vw)]} - 2\overline{w(Vw)}A + \overline{div[ww^2]} - \overline{ww^2}A = 0. \quad (4.4.14)$$

შესაბამისად, გვაქვს:

$$2\overline{div[V\tau(w, w)]} + \overline{div[ww^2]} = 0. \quad (4.4.15)$$

ან (4.4.7) გათვალისწინებით:

$$\overline{div[V\tau(w, w)]} = 0. \quad (4.4.16)$$

მიღებულ განტოლებას ასევე დიდი მნიშვნელობა აქვს ენერჯის დიფერენციალური განტოლების გამარტივებისათვის, ის ამტკიცებს, რომ სამართლიანია განტოლება:

$$\overline{div[V\rho\tau(w, w)]} = V\rho\tau(w, w)A = \varepsilon \rightarrow 0, \quad (4.4.17)$$

$$Vdiv[\rho\tau(w, w)] + \rho\tau(w, w)D(V) = \varepsilon, \quad (4.4.18)$$

$$Vdiv[\tau_{\tau\Sigma}] + \tau_{\tau\Sigma}D(V) = \varepsilon. \quad (4.4.19)$$

ამ გამოსახულების პირველი წევრი ასახავს საშუალო მოძრაობის კინეტიკური ენერჯის ცვლილებას ტურბულენტური ძაბვების ზემოქმედებისგან და მეორე წევრი ასახავს ტურბულენტობის გენერაციას. შესაბამისად, აღნიშნული განტოლება აჩვენებს, რომ ტურბულენტობის გენერაცია მცირდება ძირითადი ნაკადისაგან და პირიქით.

4.5. მათემატიკური იგივეობა სიჩქარის ვექტორისათვის კუმშვად გარემოში და

A_p კორელაცია

მათემატიკური იგივეობების ანალიზი გვადლევს საინტერესო ინფორმაციას A_p ვექტორზე. ქვემოთ მოვიყვანთ ასეთი ანალიზის შედეგს კუმშვადი გარემოსთვის. ანალიზი არის საკმაოდ შრომატევადი. ასეთი ანალიზის საფუძველზე აღნიშნული საინტერესო შედეგის მიღების შემდეგ, იგივე შედეგი ჩვენ მივიღეთ ბევრად მარტივად მასის შენახვის დიფერენციალური განტოლების ანალიზის საფუძველზე, რაც შემდეგ იქნება ნაჩვენები.

განვიხილოთ იგივეობა:

$$\rho \frac{\partial W}{\partial t} + \rho \operatorname{div}[\tau(W, W)] - \rho W \operatorname{div} W = \frac{\partial \rho W}{\partial t} + \operatorname{div}[\rho \tau(W, W)], \quad (4.5.1)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} + \overline{\rho [\operatorname{div} \tau(W, W)]} + \overline{\rho' \operatorname{div}[\tau(W, W)]} - \overline{\rho [W \operatorname{div} W]} - \overline{\rho' W \operatorname{div} W} = \\ & = \overline{[\operatorname{div} \rho \tau(W, W)]} + \overline{\operatorname{div} \rho' \tau(W, W)}, \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} + \overline{\rho [\operatorname{div} \tau(W, W)]} + \overline{\rho' \operatorname{div}[\tau(W, W)]} - \overline{\rho [W \operatorname{div} W]} - \overline{\rho' W \operatorname{div} W} = \\ & = \overline{\operatorname{div}[\rho \tau(W, W)]} - \overline{\rho \tau(W, W) A} + \overline{\operatorname{div} \rho' \tau(W, W)}, \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} + \overline{\rho \operatorname{div}[\tau(W, W)]} - \overline{\rho \tau(W, W) A} + \overline{\rho' \operatorname{div}[\tau(W, W)]} - \overline{\rho [W \operatorname{div} W]} - \overline{\rho' W \operatorname{div} W} = \\ & = \overline{\operatorname{div}[\rho \tau(W, W)]} - \overline{\rho \tau(W, W) A} + \overline{\operatorname{div} \rho' \tau(W, W)}, \end{aligned} \quad (4.5.4)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} + \overline{\rho \operatorname{div}[\tau(W, W)]} + \overline{\rho' \operatorname{div}[\tau(W, W)]} - \overline{\rho [W \operatorname{div} W]} - \overline{\rho' W \operatorname{div} W} = \\ & = \overline{\operatorname{div}[\rho \tau(W, W)]} + \overline{\operatorname{div} \rho' \tau(W, W)}, \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

$$\overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} - \overline{\rho [W \operatorname{div} W]} - \overline{\rho' W \operatorname{div} W} = \overline{[\tau(W, W)] \operatorname{grad} \bar{\rho}} + \overline{\tau(W, W) \operatorname{grad} \rho'}, \quad (4.5.6)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} - \overline{\rho[V \operatorname{div} V]} - \overline{\rho w \operatorname{div} w} - \overline{\rho' w \operatorname{div} V} - \overline{V \rho' \operatorname{div} w} - \overline{\rho' w \operatorname{div} w} = \\ & = [\overline{\tau(W, W)}] \operatorname{grad} \bar{\rho} + \overline{\tau(W, W) \operatorname{grad} \rho'}, \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

$$\overline{\rho' \operatorname{div} w} = \overline{\operatorname{div} \rho' w}, \quad (4.5.8)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} - \overline{\rho[V \operatorname{div} V]} - \overline{\rho w \operatorname{div} w} - \overline{\rho' w \operatorname{div} V} - \overline{V \operatorname{div} \rho' w} + \overline{V(\rho' w A)} - \overline{\rho' w \operatorname{div} w} = \\ & = [\overline{\tau(W, W)}] \operatorname{grad} \bar{\rho} + \overline{\tau(W, W) \operatorname{grad} \rho'}, \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} - \overline{\rho w \operatorname{div} w} - \overline{\rho' w \operatorname{div} V} + \overline{V(\rho' w A)} - \overline{\rho' w \operatorname{div} w} = \\ & = [\overline{\tau(w, w)}] \operatorname{grad} \bar{\rho} + \overline{\tau(W, W) \operatorname{grad} \rho'}, \end{aligned} \quad (4.5.10)$$

$$\begin{aligned} & \overline{\rho' \frac{\partial W}{\partial t}} - \overline{\rho w \operatorname{div} w} - \overline{\rho' w \operatorname{div} V} + \overline{V(\rho' w A)} - \overline{\rho' w \operatorname{div} w} = \\ & = [\overline{\tau(w, w)}] \operatorname{grad} \bar{\rho} + \overline{\tau(w, w) \operatorname{grad} \rho'} + [\overline{\tau(V, w)} + \overline{\tau(w, V)}] \operatorname{grad} \rho'. \end{aligned} \quad (4.5.11)$$

გავითვალისწინოთ (2.8.8) განტოლება, რომელიც მიიღება უწყვეტობის განტოლების ანალიზით. ამ შემთხვევაში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} & \overline{\rho w \operatorname{div} w} + \overline{\tau(w, w) \operatorname{grad} \bar{\rho}} + \overline{w(V \operatorname{grad} \rho')} + \overline{\rho A_{\rho} \operatorname{div} V} + \overline{\tau(w, w) \operatorname{grad} \rho'} + \overline{\rho' w \operatorname{div} w} - \\ & - \overline{\rho w \operatorname{div} w} - \overline{\rho' w \operatorname{div} V} + \overline{V(\rho' w A)} - \overline{\rho' w \operatorname{div} w} = \\ & = [\overline{\tau(w, w)}] \operatorname{grad} \bar{\rho} + \overline{\tau(w, w) \operatorname{grad} \rho'} + [\overline{\tau(V, w)} + \overline{\tau(w, V)}] \operatorname{grad} \rho'. \end{aligned} \quad (4.5.12)$$

ბოლო განტოლების წევრების შეკვეცა გვაძლევს:

$$V(\overline{\rho' w A}) = 0, \quad (4.5.13)$$

ან

$$\overline{\rho' w A} = 0. \quad (4.5.14)$$

აღნიშნული განტოლება გვაცნობს, რომ მასის არასტაციონალური ნაკადის ვექტორი მიმართულია დროის ან სიხშირის მასშტაბების გრადიენტების პერპენდიკულარულად.

4.6. უწყვეტობის განტოლების მათემატიკური იგივეობა კუმშვად

გარემოში და A_p კორელაცია

აღნიშნულ პარაგრაფში, კუმშვადი გარემოსათვის, მათემატიკური იგივეობის ანალიზის გზით ჩვენ დავამტკიცებთ ზემოთ მიღებულ შედეგს შედარებით მარტივი გზით.

განვიხილოთ მათემატიკური იგივეობა:

$$\rho \operatorname{div} W + W \operatorname{grad} \rho = \operatorname{div}[\rho W]. \quad (4.6.1)$$

წარმოვიდგინოთ სიმკვრივე და სიჩქარე საშუალო მნიშვნელობის და პულსაციის ჯამის სახით და განვახორციელოთ ინტეგრირება დროში:

$$\begin{aligned} \overline{\rho \operatorname{div}(V + w)} + \overline{\rho' \operatorname{div} w} + \overline{\rho' \operatorname{div} V} + \overline{V \operatorname{grad} \rho} + \overline{w \operatorname{grad} \rho} = \\ = \overline{\operatorname{div}(\rho V)} + \overline{\operatorname{div}(\rho' w)} + \overline{\operatorname{div}(\rho' V + \rho w)}. \end{aligned} \quad (4.6.2)$$

გავითვალისწინოთ, რომ სამართლიანია შემდეგი განტოლებები

$$\overline{\rho \operatorname{div}(V + w)} = \overline{\rho \operatorname{div} V} - \overline{\rho AV}, \quad (4.6.3)$$

$$\overline{\rho' \operatorname{div} V} = 0, \quad (4.6.4)$$

$$\overline{w \operatorname{grad} \rho} = 0, \quad (4.6.5)$$

$$\overline{\operatorname{div}(\rho' V + \rho w)} = 0. \quad (4.6.6)$$

შესაბამისად, სამართლიანია შემდეგი განტოლებები

$$\overline{\rho \operatorname{div}(V + w)} + \overline{\rho' \operatorname{div} w} + \overline{V \operatorname{grad} \rho} = \overline{\operatorname{div}(\rho V)} + \overline{\operatorname{div}(\rho' w)}, \quad (4.6.7)$$

$$\overline{\operatorname{div}(\rho' w)} = \overline{\rho' \operatorname{div} w} + \overline{w \operatorname{grad} \rho'} = \overline{\rho' \operatorname{div} w}, \quad (4.6.8)$$

$$\overline{\rho \operatorname{div}(V + w)} + \overline{V \operatorname{grad} \rho} = \overline{\operatorname{div}(\rho V)}, \quad (4.6.9)$$

$$\overline{\rho \operatorname{div}(V + w)} = \overline{\rho \operatorname{div} V} - \overline{\rho AV}, \quad (4.6.10)$$

$$\overline{\rho \operatorname{div} V} - \overline{\rho AV} + \overline{V \operatorname{grad} \rho} - \overline{\rho AV} = \overline{\operatorname{div}(\rho V)} - \overline{\rho AV}, \quad (4.6.11)$$

$$AV = 0. \quad (4.6.12)$$

შესაბამისად, თუ გავითვალისწინებთ (2.7.1) განტოლებას, მივიღებთ

$$A_p A = 0. \quad (4.6.13)$$

4.7. ვექტორების პერპენდიკულარობა და ტურბულენტური ნაკადების თვისებები. განტოლებები A_p და A ვექტორებისთვის.

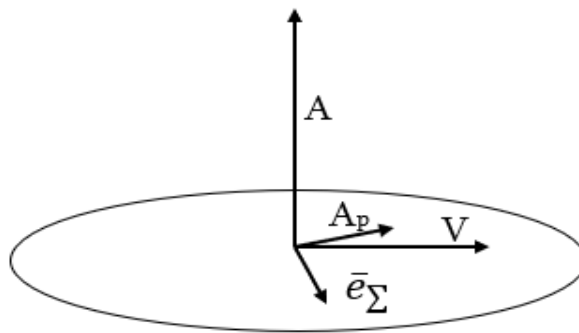
ამგვარად, ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ სამართლიანია ტოლობები:

$$VA = 0, \tag{4.7.1}$$

$$A_p A = 0, \tag{4.7.2}$$

$$\bar{e}_\Sigma A = 0. \tag{4.7.3}$$

აღნიშნული ნიშნავს, რომ A ვექტორი ერთდროულად პერპენდიკულარულია \bar{e}_Σ, V, A_p სამი ვექტორისა. ამასთან ერთად, ნებისმიერი ვექტორი ვერ იქნება ერთდროულად პერპენდიკულარული სამი ნებისმიერი ვექტორის მიმართ. (4.7.1-4.7.3) პირობები დაცული იქნება მხოლოდ ორ შემთხვევაში.



ნახ. 4.7.1 საშუალო სიჩქარე, ენერჯის ჯამური ნაკადი და კორელაცია A_p სიხშირის გრადიენტის A მართობ სიბრტყეზე.

A. $A = 0$. ასეთი პირობა შესაძლოა განხილული იყოს უკუმშვადი გარემოსთვის, სადაც, შეშფოთების დიდი სიჩქარით გავრცელების გამო, შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ ტურბულენტური რხევების დროის მასშტაბები ერთნაირია სივრცეში.

B. ვექტორები ერთ სიბრტყეზეა დატანილი. ასეთი სურათი შეიძლება დაფიქსირდეს კუმშვად გარემოში, სადაც დროის და სიხშირის მასშტაბები იცვლება სივრცეში ($A \neq 0$).

შესაბამისად, შეგვიძლია გამოვიტანოთ ტურბულენტობის თეორიისათვის საინტერესო შემდეგი კანონი:

ენერჯის ინტეგრალური ნაკადი \bar{e}_Σ , საშუალო სიჩქარის ვექტორი V და მასის არასტაციონალური ნაკადის ვექტორი A_p კუმშვადი გარემოს ტურბულენტურ ნაკადებში მდებარეობენ ერთ სიბრტყეში, რომელიც განთავსებულია A სიხშირის გრადიენტების ვექტორის პერპენდიკულარულად.

აღნიშნული კანონი ხელს გვიწყობს დავასკვნათ, რომ დროის მასშტაბების გრადიენტები უნდა ვეძებოთ ფუნქციის სახით:

$$A = C_{A1}(\bar{e}_\Sigma \times V). \quad (4.7.1)$$

სადაც სკალარული პარამეტრი C_{A1} უნდა მოვძებნოთ ექსპერიმენტალურად. აღნიშნულიდან მდგომარეობს, რომ მასის ტურბულენტური ნაკადის ვექტორის გამრავლება საშუალო სიჩქარეზე წარმოადგენს ვექტორს, რომელიც მიმართულია $A = C_{A1}(\bar{e}_\Sigma \times V)$ ვექტორის პარალელურად და ამიტომაც სამართლიანია თანაფარდობა:

$$A_p \times V = C_{A2}(\bar{e}_\Sigma \times V). \quad (4.7.2)$$

სკალარული პარამეტრი C_{A2} ასევე უნდა ვეძებოთ ექსპერიმენტალურად. ამგვარად, მოძებნილია მათემატიკური განტოლებები სიხშირის გრადიენტების A და კორელაციის A_p განსაზღვრისათვის, რაც ეფექტური ინსტრუმენტი იქნება კუმშვადი გარემოს ტურბულენტური ნაკადების პარამეტრების განსაზღვრისათვის მას შემდეგ, რაც დამატებითი კვლევების საფუძველზე განსაზღვრული იქნება კოეფიციენტები C_{A1} და C_{A2} .

IV თავის დასკვნა

სკალარული, ვექტორული და ტენზორული პარამეტრებისათვის სამართლიანი მათემატიკური იგივეობების დროში ინტეგრების გზით მიღებული გამოსახულებები უცნობი კორელაციებისათვის და სიმკვრივის რხევის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდისათვის იძლევა საშუალებას შეიქმნას ამჟამად არსებულ მოდელებთან შედარებით სრულყოფილი ისეთი მოდელი, რომლის გამოყენებაც ამ ნაშრომში სარწმუნოს ხდის ატმოსფეროში მიმდინარე პროცესის ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ ანალიზს.

თავი 5. საფრენი აპარატების მოდელირების მიზნით გამოყენებულ ნავიე-სტოქსის განტოლებათა გასაშუალება დროითი მასშტაბების სივრცეში ცვალებადობის გათვალისწინებით და ტურბულენტობა, როგორც ერთ-ერთი შესაძლო მექანიზმი მბრუნავ ნაკადებში მექანიკური ენერჯის გენერაციის გზით ატმოსფერული მოვლენების გაძლიერებისა

როგორც უკვე ვაჩვენეთ, ნავიე-სტოქსის განტოლებათა ზუსტი ინტეგრება, ზოგად შემთხვევაში, თხოულობს დროითი მასშტაბების ან სიხშირეების სივრცის მიხედვით ცვალებადობის გათვალისწინებას. ამასთან ერთად, სიჩქარის პულსაცია წარმოადგენს რეგულარული პულსაციების და დაბალსიხშირიანი ფლუქტუაციების ჯამს, რაც გამოწვეულია ფონური ტურბულენტობის ფონზე შედარებით მოწესრიგებული, კოჰერენტული სტრუქტურების არსებობით. მიუხედავად იმისა, რომ აღნიშნული ფაქტორების გათვალისწინება ართულებს მოდელს, წინამდებარე თავში ნაჩვენებია, რომ ზუსტად ის დაშვებები, რომლებიც საფუძვლად უდევს რეინოლდსისეულ ტრადიციულ მეთოდოლოგიას, არის მიზეზი ტურბულენტობის მათემატიკური პრობლემის წარმოშობისა. შედარებით ზოგადი მოდელის შემოღებით ხერხდება იმ დამატებითი განტოლებების მიღება, რომელიც საშუალებას იძლევა მიღებული იქნას განტოლებათა ზუსტი, ჩაკეტილი სისტემა უკუმშვადი სითხეებისათვის და მაღალი სიზუსტით მიახლოებული მოდელი კუმშვადი გარემოსათვის, რომელშიც ემპირიული კოეფიციენტები მინიმუმამდეა დაყვანილი. აღნიშნული სისტემა, კონკრეტულად კი ტურბულენტური სიბლანტის გამოსახულება, საშუალებას იძლევა დავასკვნათ, რომ, გარკვეულ რეჟიმებზე, ეს კოეფიციენტი ღებულობს უარყოფით მნიშვნელობასაც. ნაჩვენებია, რომ ასეთი რეჟიმების არსებობა დასტურდება არსებული ექსპერიმენტული მონაცემებით. შესაბამისად, მბრუნავი ტურბულენტური ნაკადები შესაძლოა გაძლიერდეს მცირემასშტაბიანი ქაოსური მოძრაობების ორგანიზების და სინქრონიზაციის გამო.

ქვემოთ მოყვანილია ნავიე-სტოქსის განტოლებათა აღნიშნული ანალიზი.

5.1. ენერგიის შენახვის დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირება დროის მასშტაბების ცვლილების გათვალისწინებით

თუ e_{Σ} სიმბოლოთი აღვნიშნავთ განსხვავებული ფიზიკური ბუნების მყისიერი ნაკადების ჯამს, ენერგიის შენახვის დიფერენციალური განტოლების წარმოდგენა შესაძლებელია შემდეგი სახით:

$$\frac{\partial[\rho c_V T + W^2 / 2]}{\partial t} + \text{div}[e_{\Sigma}] = 0. \quad (5.1.1)$$

აღნიშნული განტოლება აჩვენებს, რომ სივრცითი დისბალანსი ენერგიის ნაკადში იწვევს შიდა ენერგიის და კინეტიკური ენერგიის ჯამის ცვლილებას სივრცის ფიქსირებულ წერტილში. აღნიშნული განტოლების დროში გასაშუალება ინტეგრირების კანონების გათვალისწინებით, გვამღევს:

$$\text{div}[\bar{e}_{\Sigma}] = \bar{e}_{\Sigma} A, \quad (5.1.2)$$

(2.5.4) განტოლების გათვალისწინებით, რომელიც მიიღება ენერგიის ინტეგრალური ნაკადების შენახვის პირობიდან, ენერგიის შენახვის დიფერენციალური განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} & \text{div}\{\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\bar{w}, \bar{w}) + c_V V \bar{\rho}' T' + \tau(V, V) \bar{\rho}' w\} + \\ & + \text{div}\{c_V T \bar{\rho}' w + c_V \rho T' w + \bar{P}' w + (V^2 / 2) \bar{\rho}' w\} = 0. \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

იმავედროულად, (2.5.4) განტოლება გვამღევს დამატებით განტოლებას

$$\bar{e}_{\Sigma} A = 0, \quad (5.1.4)$$

ან

$$\begin{aligned} & \{\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\bar{w}, \bar{w}) + c_V V \bar{\rho}' T' + \tau(V, V) \bar{\rho}' w\} A + \\ & + \{c_V T \bar{\rho}' w + c_V \rho T' w + \bar{P}' w + (V^2 / 2) \bar{\rho}' w\} A = 0. \end{aligned} \quad (5.1.5)$$

როგორც ვხედავთ, (5.1.4) და (5.1.5) განტოლებებში ფიგურირებს ენერგიის დამატებითი, უცნობი ნაკადები, რაც დაკავშირებულია მდგომარეობის თერმოდინამიკური პარამეტრების კორელაციასა და სიჩქარის პულსაციასთან. ქვემოთ გაჩვენებთ, რომ, როცა ამ პარამეტრების რხევა ხდება სწრაფად და თერმოდინამიკური პარამეტრების გადახრა მცირეა, ენტროპიის შესამჩნევი ცვლილების პირობებშიც კი წნევის, ტემპერატურისა, და სიმკვრივის პულსაციებს

შორის კავშირს გააჩნია ადიაბატური ხასიათი. შესაბამისად, მართებულია თანაფარდობა:

$$\overline{P'w} = k(\overline{P/\rho})\overline{\rho'w}, \quad (5.1.6)$$

$$\overline{T'w} = (k-1)(\overline{T/\rho})\overline{\rho'w}, \quad (5.1.7)$$

$$\overline{T'\rho'} = (k-1)(\overline{T/\rho})\overline{\rho'^2}. \quad (5.1.8)$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით, ენერჯის შენახვის დიფერენციალური განტოლება გვაძლევს:

$$\begin{aligned} & \text{div}\{\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w}) + (\overline{\rho'^2/\rho^2})RT\overline{\rho V} + \overline{\rho\tau(V, V)}A_\rho\} + \\ & + \text{div}\{[c_p\overline{T\rho} + k\overline{P} + \overline{\rho V^2/2}]A_\rho\} = 0, \end{aligned} \quad (5.1.9)$$

$$\begin{aligned} & \{\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w}) + (\overline{\rho'^2/\rho^2})RT\overline{\rho V} + \overline{\rho\tau(V, V)}A_\rho\}A + \\ & + [c_p\overline{T\rho} + k\overline{P} + \overline{\rho V^2/2}]A_\rho A = 0. \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

ამასთან ერთად, როგორც ვაჩვენეთ (3.5-3.6)-ში $A_\rho A = 0$, $AV = 0$, ამიტომ (5.1.10)

განტოლება გვაძლევს:

$$\{e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w})\}A = 0. \quad (5.1.11)$$

ბოლო განტოლების გათვალისწინებით, A_ρ, A ვექტორების განმსაზღვრელი განტოლებები იღებენ შემდეგ სახეს:

$$A = C_{A1} \{[e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w})] \times V\}, \quad (5.1.12)$$

$$A_\rho \times V = C_{A2} \{[e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w})] \times V\}. \quad (5.1.13)$$

5.2. ენერჯის განტოლება პულსაციებს შორის კორელაციის არარსებობის დროს

თუ დავუშვებთ, რომ ნაკადში არ გაგვაჩნია წნევის პულსაცია ან არ არსებობს კორელაცია სიჩქარესა და სიმკვრივეს შორის, მაშინ მივიღებთ ენერჯის განტოლებას, რომელიც გარკვეული სიზუსტით მართებული იქნება აირისთვისაც:

$$\text{div}\{\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w})\} = 0, \quad (5.2.1)$$

$$\{e_{\mu V} + e_{\mu v} + \bar{q} + \rho V \tau(\overline{w, w})\}A = 0. \quad (5.2.2)$$

5.3. ენერგიის განტოლება უკუმშვადი სითხეებისათვის

განვიხლოთ ენერგიის განტოლება საერთო ფორმაში

$$\overline{div[\rho V(c_v \bar{T} + P/\rho + V^2/2 + w^2/2) + c_v V \rho' T' + e_\mu + q + \rho V \tau(w, w)]} + \overline{div c_v \bar{T} \rho' w} + \overline{div(c_v \rho T' w)} + \overline{div(P' w)} + \overline{div[(V^2/2) \rho' w]} + \overline{div[\tau(V, V) \rho' w]} = 0, \quad (5.3.1)$$

$$\overline{[\rho V(c_v \bar{T} + P/\rho + V^2/2 + w^2/2) + c_v V \rho' T' + e_\mu + q + \rho V \tau(w, w)]} A + \overline{\{\rho' w + \rho c_v \bar{T} w + P' w + (c_v \bar{T} + V^2/2) \rho' w + \tau(V, V) \rho' w\}} A = 0. \quad (5.3.2)$$

როგორც იყო ნაჩვენები, უკუმშვადი სითხეებისათვის სამართლიანია განტოლებები,

$$\overline{div(\rho w^2 w)} = 0, \quad (5.3.3)$$

$$\overline{div(\rho' w)} = 0, \quad (5.3.4)$$

$$\overline{div(P' w)} = 0, \quad (5.3.5)$$

$$\overline{div(T' w)} = 0, \quad (5.3.6)$$

$$\overline{div(c_v T \rho' w)} = 0, \quad (5.3.7)$$

$$\overline{div(c_v \rho T' w)} = 0. \quad (5.3.8)$$

ამიტომაც, უკუმშვადი სითხეებისათვის (5.3.1) და (5.3.2) განტოლებებიდან მივიღებთ შესაბამისად ენერგიის განტოლებას უკუმშვადი გარემოსათვის, რაც მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\overline{div[\rho V h^* + e_{\mu V} + e_{\mu w} + \bar{q}]} = 0. \quad (5.3.9)$$

ენერგიის შენახვის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრება, დროითი მასშტაბების სივრცეში ცვალებადობის გათვალისწინებით, საშუალებას იძლევა, მიღებული იქნას დაზუსტებული გამოსახულება იმ განტოლებათა სისტემის დასაბუთებისათვის, რომელსაც ეფუძნება ტორნადოს ტიპის ატმოსფერული მოვლენის ჩვენს მიერ შესრულებული ანალიზი.

5.4. კუმშვადი გარემოს მოძრაობის განტოლება დროის მასშტაბების

გათვალისწინებით

არაინერციული სისტემებისთვის ნიუტონის მოძრაობის ფუნდამენტური კანონის ინტეგრირება, დროის მიხედვით ინტეგრირების წესების დაცვით, საშუალებას იძლევა მიღებული იქნას დიფერენციალური განტოლება ტურბულენტობის გენერაციისთვის და გამოსახულება ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტისთვის.

განვიხილოთ ნავიე-სტოქსის განტოლება:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(I_m) = 0, \quad (5.4.1)$$

$$I_m = \rho \tau(W, W) + PI + (2/3)\mu \text{div}(W)I - 2\mu D(W). \quad (5.4.2)$$

მოცემული განტოლების ინტეგრირება დროის მიხედვით რხევის პერიოდის ინტერვალში გვაძლევს:

$$\overline{\text{div}(I_m)} = 0. \quad (5.4.3)$$

შესაბამისად, თუ რხევის პერიოდი იცვლება გარემოს მიხედვით, მაშინ გვექნება

$$\text{div}(\overline{I_m}) + \frac{\overline{I_m}}{\tau_o} \text{grad}(\tau_o) = 0, \quad (5.4.4)$$

ან

$$\text{div}(\overline{I_m}) = \overline{I_m} A. \quad (5.4.5)$$

ამრიგად, თუ რხევის პერიოდი იცვლება გარემოს მიხედვით, ნავიე-სტოქსის განტოლების დროის მიხედვით ინტეგრირების შედეგად მივიღებთ დიფერენციალურ განტოლებას, რომელიც განსხვავდება რეინოლდსის განტოლებისაგან (2.1.6) შესაბამისად ეს განსხვავება გვაძლევს დამატებით განტოლებას.

ამასთანავე, თუ გავანალიზებთ რეინოლდსის მოძრაობის გასაშუალოებულ განტოლებას, ვერ აღმოვაჩინოთ წევრს, რომელიც ითვალისწინებს სიმკვრივესა და სიჩქარის პულსაციებს შორის კორელაციას. თუ ასეთი დაშვება, ერთის მხრივ, სავსებით ლოგიკურად გამოიყურება სითხეებისთვის, მაშინ, უკიდურეს

შემთხვევაში, გაზებისთვის, სადაც სიმკვრივეს მნიშვნელოვანი პულსირება შეუძლია, მოცემული ფაქტორის გავლენის უარყოფას უფრო დამაჯერებელი დასაბუთება სჭირდება.

ჩვენი კვლევების მოცემულ ნაწილში გიჩვენებთ, რომ ზოგადად, მოძრაობის განტოლებაში უნდა ფიგურირებდნენ ისეთი წევრები, რომლებიც ითვალისწინებენ სიმკვრივისა და სიჩქარის რხევების კორელაციის ზემოქმედებას (იხ. განტოლება 2.1.6.)

თუ იმპულსის ჯამური ტენზორის წამიერი მნიშვნელობა განისაზღვრება განტოლებით (5.1.2), მაშინ იმპულსის ჯამური ტენზორის დროის მიხედვით გასაშუალოებული მნიშვნელობა განისაზღვრება განტოლებიდან:

$$\bar{I}_m = \frac{1}{\tau_o} \int_0^{\tau_o} I_m dt. \quad (5.4.6)$$

მოცემული პარამეტრის განსაზღვრისთვის წარმოვიდგინოთ წნევა, სიმკვრივე და სიჩქარე როგორც დროის მიხედვით საშუალოსა და პულსაციის ჯამი.

$$P = \bar{P} + P' \quad \rho = \bar{\rho} + \rho' \quad W = V + w. \quad (5.4.7)$$

აქედან გამომდინარე (5.4.6.) იძლევა შემდეგ გამოსახულებას გასაშუალოებული სრული იმპულსის ტენზორისთვის:

$$\bar{I}_m = \bar{P}I + \bar{\sigma} + \bar{\rho}\tau(V, V) + \bar{\rho}\tau(\bar{w}, \bar{w}) + \bar{\rho}\tau(\bar{g}, \bar{g}) + \bar{\rho}\tau(V, A_\rho) + \bar{\rho}\tau(A_\rho, V), \quad (5.4.8)$$

სადაც:

$$\bar{\sigma} = (2/3)\mu \text{div}(V)I - 2\mu(1 + \ln f)D(V) + 2\mu D(V \ln f). \quad (5.4.9)$$

შესაბამისად, არასტაციონარული ნაკადების ჯამური იმპულსის შენახვის კანონი ამ შემთხვევაში გვაძლევს:

$$\begin{aligned} \text{div}\{\bar{P}I + \bar{\sigma} + \bar{\rho}\tau(V, V) + \bar{\rho}\tau(\bar{w}, \bar{w}) + \bar{\rho}\tau(V, A_\rho) + \bar{\rho}\tau(A_\rho, V)\} = \\ = \{\bar{P}I + \bar{\sigma} + \bar{\rho}\tau(V, V) + \bar{\rho}\tau(\bar{w}, \bar{w}) + \bar{\rho}\tau(V, A_\rho) + \bar{\rho}\tau(A_\rho, V)\}A, \end{aligned} \quad (5.4.10)$$

ან

$$(\nabla V)V = -\frac{1}{\rho} \text{grad}[\bar{P} + (2/3)\mu \text{div} V] - \frac{1}{\rho} \text{div}\{\bar{\rho}\tau(\bar{v}, \bar{v}) - 2\mu D(V) + \bar{\rho}\tau(A_\rho, V) + \bar{\rho}\tau(V, A_\rho)\} -$$

$$-\frac{1}{\rho} \operatorname{div}\{\overline{\rho^2} \overline{\tau}(V, V) + \overline{\rho} \tau(\vartheta, \vartheta) + 2\mu D[(\ln f)V] - 2\mu(\ln f)D(V)\} + \overline{I}_m A / \rho. \quad (5.4.11)$$

ამასთანავე, თუ გავითვალისწინებთ განტოლებებს (2.7.1-2.7.2), მივიღებთ:

$$\overline{I}_m A = \{\overline{P}I + \overline{\sigma} + \overline{\rho} \tau(\overline{w}, \overline{w})\}A. \quad (5.4.12)$$

5.5. დამატებითი გამოსახულება განტოლებათა სისტემის ჩაკეტვისათვის.

ამრიგად, დროის მასშტაბების ცვლილების გათვალისწინებით დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირების განხორციელებისას ვღებულობთ მოძრაობის გასაშუალოებულ განტოლებას, რომელიც მნიშვნელოვნად განსხვავდება რეინოლდსის გასაშუალოებული განტოლებისგან.

და მაინც, საუკუნოვანი გამოცდილება ამ განტოლების გამოყენებისა, უფლებას გვაძლევს, არ დავაყენოთ ეჭვქვეშ მათი სამართლიანობა (2.1.6) ფორმით. ამ შემთხვევაში, (2.1.6) და (5.4.11) განტოლებებიდან გამომდინარეობს, რომ უნდა იყოს დაცული პირობა:

$$\operatorname{div}\{\overline{\rho}[\overline{\rho^2} \tau(V, V) + \tau(\overline{\vartheta}, \overline{\vartheta})]\} = F(A, V) \rightarrow 0, \quad A \rightarrow 0 \quad (5.5.1)$$

$$F(A, V) = \operatorname{div}\{2\mu(\ln f)D(V) - 2\mu D[(\ln f)V] - \tau(A_\rho, V) - \tau(V, A_\rho)\} + [\overline{P} + \overline{\sigma} + \overline{\rho} \tau(\overline{w}, \overline{w})]A. \quad (5.5.2)$$

შემდგომში განტოლება (5.5.1) გამოყენებული იქნება გაზის ნაკადებში ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტის განსასაზღვრად. ამასთან განტოლება (5.5.1) განიხილება როგორც ერთ-ერთი ვარიანტთაგან, რადგან ჩვენ არ გამოვრიცხავთ, რომ რეინოლდსის განტოლება ან განტოლება (2.1.6) უნდა შეიცავდეს ისეთ უცნობ წევრებს, რომლებსაც შეუძლიათ შეცვალონ (5.5.1) განტოლების შინაარსი, და შესაბამისად, ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტის არსი, რომელიც გამომდინარეობს მის საფუძველზე. მომავალში ჩატარებული გამოკვლევების პრაქტიკა გვიჩვენებს ოპტიმალურ გამოსახულებას კუმშვადი გარემოს შემთხვევისათვის. ამასთან ერთად, როგორც ჩვენ შემდგომში დავინახავთ ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი შეგვიძლია

განვსაზღვროთ კოლმოგოროვის ფორმულით, დისიპაციის სიჩქარის საფუძველზე, ხოლო თავის მხრივ, დისიპაციის სიჩქარე გაზებისათვის შეგვიძლია განვსაზღვროთ ენტროპიის წარმოების დიფერენციალური განტოლების საფუძველზე.

5.6. ნიუტონის მოძრაობის კანონი არაინერციული სისტემებისათვის და პულსაციის ჯამური ტენზორის თავისებურება

როგორც ცნობილია, ნიუტონის მექანიკის კანონები შეიძლება გამოყენებული იქნას არაინერციული სისტემებისთვის, თუ განტოლებებში გათვალისწინებულია მოცემული სისტემის აჩქარება. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, დამკვირვებელს, რომელიც იმყოფება ამ სისტემაში, შეუძლია მექანიკის განტოლებები ჩაწეროს სწორად მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მისთვის ცნობილია საკუთარი სისტემის აჩქარება.

ცნობილია, რომ არაინერციული სისტემებისთვის მექანიკის მეორე კანონს უფრო ზოგადი სახე აქვს:

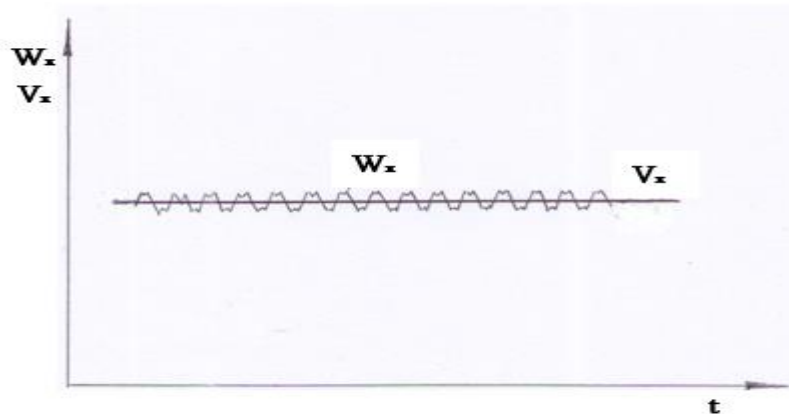
$$a_m + a_0 = \frac{F_\Sigma}{m}. \quad (5.6.1)$$

სადაც a_m სხეულის აჩქარებაა არაინერციული სისტემის მიმართ, a_0 - არაინერციული სისტემის აჩქარებაა. ამრიგად, ფორმულა (5.6.1.) გამოსახავს მოძრაობის განტოლების ზოგად ფორმულირებას იმ შემთხვევაში, თუ ის იწერება არაინერციულ სისტემებთან მიმართებაში.

ვაჩვენოთ, თუ რა საინტერესო ინფორმაციას იძლევა უწყვეტი გარემოს თეორიისთვის, კერძოდ კი, ტურბულენტობის თეორიისთვის, ათვლის სისტემისაგან ძალთა დამოუკიდებლობის პრინციპი.

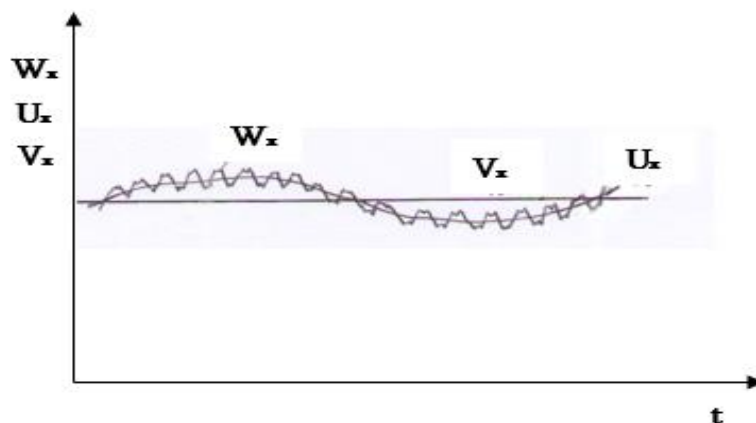
5.7. ნიუტონის მოძრაობის კანონი არაინერციული სისტემებისთვის უწყვეტ გარემოში და ტურბულენტობა, როგორც სხვადასხვა მასშტაბების რხევების ერთობლიობა

(ნახ.5.7.1) და (ნახ.5.7.2)-ში წარმოდგენილია სიჩქარის კომპონენტის ცვლილების ორი შესაძლებელი ვარიანტი, რომლის დაფიქსირებაც შეუძლია მზომ მოწყობილობას ან დამკვირვებელს სივრცის ფიქსირებულ წერტილში.



ნახ.5.7.1 სიჩქარის ცვალებადობის დიაგრამა, როდესაც პულსაციები გამოწვეულია ერთი მთავარი გარმონიკის თანმდევი რხევებით

(5.7.1) ნახაზზე ხაზი W_x გამოსახავს ლოკალური სიჩქარის პროექციის ცვლილებას. ამასთანავე, როგორც ვხედავთ, დიაგრამა ასახავს საშუალო სიჩქარის და პულსაციების ერთი ოჯახის ჯამს რხევის პერიოდით τ_0' .



ნახ.5.7.2 სიჩქარის ცვალებადობის დიაგრამა, როდესაც პულსაციები გამოწვეულია ორი მთავარი გარმონიკის თანმდევი რხევებით

(ნახ.5.7.2)-ზე ლოკალური სიჩქარის ხაზი ასახავს მინიმუმ ორი ოჯახის რხევების ჯამს რადიკალურად განსხვავებული დროის მასშტაბებით ($\tau_0 \gg \tau_0'$) როგორც მოცემული სურათიდან გამომდინარეობს, ლოკალური სიჩქარე, ასეთ შემთხვევაში, უნდა წარმოვიდგინოთ როგორც ორი, დროის მიხედვით ცვლადი, სიჩქარის ჯამი.

$$W = U(x, y, z, t) + u(x, y, z, t) \quad (5.7.1)$$

ამასთანავე, სიჩქარე U არის საშუალო სიჩქარე დროის მცირე მასშტაბის პერიოდში.

$$U = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0'} W dt. \quad (5.7.2)$$

ამრიგად, მეორე ხაზის თანახმად, ლოკალური სიჩქარე შეიძლება წარმოვიდგინოთ ერთი სტაციონალური და ორი არასტაციონალური ფუნქციის ჯამის სახით:

$$W = V(x, y, z) + v(x, y, z, t) + u(x, y, z, t), \quad (5.7.3)$$

სადაც:

$$v = U - V. \quad (5.7.4)$$

ვაჩვენოთ, რომ ნიუტონის მოძრაობის კანონის შესაბამისად, ტურბულენტურ დინებას არ შეუძლია მოგვცეს სურათი, რომელიც წარმოდგენილია ნახაზზე (5.7.1). და პულსაციური სიჩქარე არის სხვადასხვა დროითი მასშტაბის რხევების მინიმუმ ორი ოჯახის ჯამი, როგორც ეს ნახაზ (5.7.2)-ზე არის ნაჩვენები.

მოდით, გამოვიყენოთ გამოსახულება (5.6.1) და ჩავწეროთ მოძრაობის განტოლება დამკვირვებელისთვის, რომელიც აზრობრივად გადაადგილდება ტურბულენტურ ნაკადში მოძრავ თხევად მოცულობასთან ერთად, აჩქარებით:

$$a_0 = (U \nabla) U. \quad (5.7.5)$$

დამკვირვებელი, რომელიც არაინერციულ სისტემასთან ერთად მოძრაობს ამჩნევს მის ირგვლივ მხოლოდ ტურბულენტურ მოძრაობას ფარდობითი სიჩქარით u და მისთვის აჩქარება განისაზღვრება განტოლებით

$$a_m = \frac{du}{dt_m} = \frac{\partial u}{\partial t_m} + (u \nabla) u, \quad (5.7.6)$$

ან

$$a_m = \frac{\partial u}{\partial t} + (U\nabla)u + (u\nabla)u. \quad (5.7.7)$$

შესაბამისად, განტოლება (5.6.1) გვამღევს

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (U\nabla)u + (u\nabla)u + (U\nabla)U = \frac{F_\Sigma}{m}. \quad (5.7.8)$$

ამასთანავე, სითხის ნაწილაკზე მოქმედი ჯამური ძალა F_Σ / m , რომელიც ამ აჩქარებას იწვევს, არ არის დამოკიდებული ათვლის სისტემაზე და ერთნაირია როგორც უძრავ ისე არაინერციულ სისტემაში. ამიტომ, უძრავი დამკვირვებლისათვის სამართლიანია მოძრაობის განტოლება შემდეგი სახით:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (W\nabla)W = \frac{F_\Sigma}{m}. \quad (5.7.9)$$

შესაბამისად, განტოლებები (5.7.8) და (5.7.9) გვამღევს:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (U\nabla)u + (u\nabla)u + (U\nabla)U = \frac{\partial W}{\partial t} + (W\nabla)W, \quad (5.7.10)$$

ან

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (U\nabla)u + (u\nabla)u + (U\nabla)U = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t} + (u\nabla)u + (U\nabla)u + (u\nabla)U + (U\nabla)U, \quad (5.7.11)$$

ერთნაირი წევრების შეკვეცის შემდეგ ჩვენ გვაქვს:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (u\nabla)U = 0, \quad (5.7.12)$$

თუ გავამრავლებთ ბოლო განტოლებას სიჩქარეზე, მივიღებთ:

$$u \text{grad} \frac{U^2}{2} = - \frac{\partial U^2}{\partial t} \frac{1}{2}. \quad (5.7.13)$$

წარმოვიდგინოთ, რომ არ არსებობენ დროის მასშტაბით რადიკალურად განსხვავებული რხევები, გვაქვს რხევების მხოლოდ ერთი ოჯახი და საშუალო სიჩქარე სივრცის ფუნქციაა ($\nu = 0$ ან $U=V$) ასეთ შემთხვევაში, განტოლებიდან (5.7.13) მივიღებთ:

$$u \text{grad}(V^2 / 2) = 0. \quad (5.7.14)$$

ეს კი იმას ნიშნავს, რომ სიჩქარის პულსაციები მხოლოდ ერთ სიბრტყეში ხდება, რომელიც განთავსებულია მოძრაობის კინეტიკური ენერჯიის გრადიენტის

მართობულად. თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ სიჩქარე V და მოცემული გრადიენტი დროზე დამოკიდებული არ არიან, მაშინ ტურბულენტური პულსაციები უნდა ხდებოდეს ფიქსირებულ სიბრტყეში, რაც პრაქტიკით არ დასტურდება. შესაბამისად, ლოკალური სიჩქარე უნდა მოვძებნოთ განტოლებიდან (5.7.3), რომელშიც V ასახავს, არსებითად, ორჯერ გასაშუალოებულ სიჩქარეს, ხოლო u გამოსახავს დამატებით არასტაციონარულ პულსაციებს, რომლებიც თავისი მახასიათებლებით მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან რეინოლდსის ტრადიციული ქაოტური პულსაციებისაგან:

$$u = \varphi V + \vartheta. \quad (5.7.15)$$

ამრიგად, იმისათვის, რომ არ წარმოიშვას კონფლიქტი ნიუტონის მოძრაობის კანონთან არაინერციულ სისტემებში მყისი სიჩქარე უნდა ვეძებოთ შემდეგი სახით:

$$W = V + \nu + \varphi V + \theta. \quad (5.7.16)$$

5.8. სხვადასხვა წარმოშობის პულსაციების მახასიათებლებს შორის დამოკიდებულებები

განვიხილოთ არაინერციული სისტემა, რომელიც მოძრაობს $(V + \vartheta)$ სიჩქარით და $[(V + \vartheta)\nabla](V + \vartheta)$ აჩქარებით. დამკვირვებელი მოცემული სისტემიდან ამჩნევს ფარდობით მოძრაობას $\nu + \varphi V$ სიჩქარით. მოცემული ფარდობითი სიჩქარის ან აჩქარების სრული წარმოებული არაინერციული სისტემის მიმართ განისაზღვრება განტოლებიდან:

$$a_m = \frac{\partial(\nu + \varphi V)}{\partial t} + [(V + \vartheta)\nabla](\nu + \varphi V) + [(\nu + \varphi V)\nabla](\nu + \varphi V), \quad (5.8.1)$$

შესაბამისად, სრულ აჩქარებას აქვს ასეთი სახე:

$$a = \frac{\partial(\nu + \varphi V)}{\partial t} + [(V + \vartheta)\nabla](\nu + \varphi V) + [(\nu + \varphi V)\nabla](\nu + \varphi V) + [(V + \vartheta)\nabla](V + \vartheta), \quad (5.8.2)$$

ან

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\nu + \varphi V)}{\partial t} + [(V + \vartheta)\nabla](\nu + \varphi V) + [(\nu + \varphi V)\nabla](\nu + \varphi V) + \\ & + [(V + \vartheta)\nabla](V + \vartheta) = \frac{\partial W}{\partial t} + (W\nabla)W. \end{aligned} \quad (5.8.3)$$

თუ გავითვალისწინებთ ლოკალური სიჩქარისთვის (5.7.16) გამოსახულებას განტოლების მარჯვენა ნაწილში, ერთნაირი წევრების შეკვეცის შემდეგ მივიღებთ:

$$[(\nu + \phi V)\nabla]V = -\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} - [(\nu + \phi V)\nabla]\mathcal{G}, \quad (5.8.4)$$

გავამრავლოთ ბოლო განტოლება $(\nu + \phi V)$ -ზე და განვახორციელოთ დროში ინტეგრირება:

$$[\overline{\tau(\nu, \nu)} + \overline{\phi^2 \tau(V, V)}]D(V) = -\overline{(\nu + \phi V) \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t}} - \overline{\tau(\nu, \nu)D(\mathcal{G})} - \overline{\tau(V, V)\phi^2 D(\mathcal{G})}. \quad (5.8.5)$$

ესე იგი, თუ ცვლად ფუნქციებს შორის ν , ϕ და \mathcal{G} არ არსებობს კორელაცია, მაშინ, (2.2.2) პირობების თანახმად, ბოლო განტოლების მარჯვენა ნაწილი ნულის ტოლი იქნება და მივიღებთ:

$$\{\overline{\tau(\nu, \nu)} + \overline{\phi^2 \tau(V, V)}\}D(V) = 0, \quad (5.8.6)$$

ან, ვექტორული ანალიზის კანონების გათვალისწინებით:

$$\overline{\tau(\nu, \nu)D(V)} + \overline{\phi^2 V \text{grad} V^2} / 2 = 0. \quad (5.8.7)$$

შესაბამისად, პულსაციის ტენზორის ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტთან კავშირის გათვალისწინებით, მივიღებთ გამოსახულებას გრძივი რხევების ფუნქციის საშუალო კვადრატული მნიშვნელობისთვის:

$$\overline{\phi^2} = 4\nu_T D(V)^2 / (V \text{grad} V^2). \quad (5.8.8)$$

სრული ანალოგიით, თუ განვიხილავთ არაინერციულ სისტემას, რომელიც მოძრაობს $V + \phi V$ სიჩქარით, საიდანაც შეიძლება თვალყური ვადევნოთ ფარდობით მოძრაობას $\mathcal{G} + \nu$ სიჩქარით, მაშინ შეიძლება მივიღოთ განტოლება:

$$\{\overline{\tau(\nu, \nu)} + \overline{\tau(\mathcal{G}, \mathcal{G})}\}D(V) = 0, \quad (5.8.9)$$

ან

$$\overline{\tau(\mathcal{G}, \mathcal{G})D(V)} = \overline{\phi^2 \tau(V, V)D(V)} = \overline{\phi^2 V \text{grad} V^2} / 2. \quad (5.8.10)$$

ამრიგად, არაინერციული სისტემებისთვის ნიუტონის მოძრაობის კანონის გამოყენებით მიღებულია საინტერესო დამოკიდებულებები უწყვეტი გარემოსათვის, რომლებიც დაგვეხმარებიან განტოლებათა საწყისი სისტემის ჩაკეტვაში.

ზემოთ მოყვანილი თანაფარდობებიდან გამომდინარეობს, რომ სამართლიანია გამოსახულებები:

$$K = \overline{\varphi^2 V^2} / 2 + \overline{\nu^2} / 2 + \overline{\vartheta^2} / 2, \quad (5.8.11)$$

$$\overline{\tau(w, w)} = \overline{\varphi^2 \tau(V, V)} + \overline{\tau(\nu, \nu)} + \overline{\tau(\vartheta, \vartheta)}, \quad (5.8.12)$$

$$\overline{\varphi^2 V \text{grad} V^2} / 2 + \overline{\tau(\nu, \nu) D(V)} = 0, \quad (5.8.13)$$

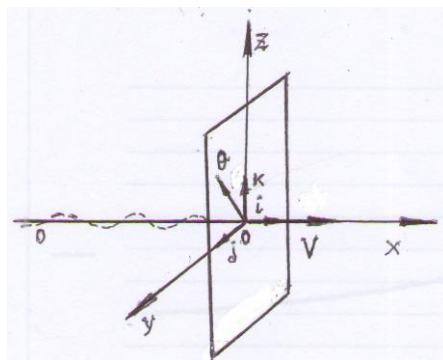
$$\overline{\varphi^2 V \text{grad} V^2} - 4 \overline{\nu_T D(V)^2} = 0, \quad (5.8.14)$$

$$\nu_T = \overline{\varphi^2 V \text{grad} V^2} / 4 \overline{D(V)^2}, \quad (5.8.15)$$

$$\overline{\tau(w, w) D(V)} = -\overline{\tau(\nu, \nu) D(V)}. \quad (5.8.16)$$

5.9. განივი რხევების ტენზორის თვისებები და ნაკადის გასაშუალოებული დინების ხაზების გამრუდება.

როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები, ტრადიციული რხევების გარდა, ტურბულენტურ ნაკადში უნდა არსებობდნენ თანმხლები გრძივი და განივი რხევები, რადიკალურად განსხვავებული, დამოუკიდებელი ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებლებით. ამ პარაგრაფში ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ, თუ ნაკადში ხდება ტურბულენტობის გენერაცია, მაშინ გასაშუალოებული ნაკადის დინების ხაზები განიცდიან გამრუდებას სივრცეში და პირიქით, თუ ნაკადის დინების ხაზები განიცდიან გამრუდებას, მაშინ ხდება ტურბულენტობის გენერაცია.



ნახ.5.9.1 გასაშუალოებული დინების ხაზების გამრუდება დისიპაციის არსებობის გამო.

ნათქვამის დასამტკიცებლად დავუშვათ საწინააღმდეგო და განვიხილოთ ტურბულენტური დინება პირდაპირი გასაშუალოებული დინების ხაზებით. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ვვარაუდობთ, რომ დინების ხაზი, რომელიც წარმოიქმნება გასაშუალოებული სიჩქარის ვექტორით (ან გასაშუალოებული ტრაექტორია) არის სწორი.

ანალიზის თვალსაჩინოების მიზნით, დავუშვათ, რომ დინების წირი, რაღაც 0 წერტილში, რომელიც წარმოქმნილია გასაშუალოებული სიჩქარის ვექტორით წარმოადგენს სწორ ხაზს $0-0$, რომელიც (ნახ.5.9.1), პარალელურია x ღერძისა. ავაგოთ ამ წერტილში კოორდინატთა x, y, z სისტემა. შესაბამისად, სიჩქარის ვექტორი V , თავისი მიმართულებით, ამ წერტილში, ემთხვევა მგეზავ ვექტორს i .

$$V = |V|i. \quad (5.9.1)$$

ასეთ შემთხვევაში, განივი თანმხლები პულსაციის ვექტორი θ მიმართული იქნება სიბრტყეში yOz , ხოლო ასეთი რხევების პულსაციის ტენზორს ექნება სახე:

$$\overline{\rho\tau(\theta, \theta)} = \overline{\rho} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\theta_y \theta_y} & \overline{\theta_y \theta_z} \\ 0 & \overline{\theta_y \theta_z} & \overline{\theta_z \theta_z} \end{bmatrix}. \quad (5.9.2)$$

ტენზორული ანალიზის კანონის თანახმად სამართლიანია გამოსახულება:

$$V\tau(\theta, \theta) = (V\theta)\theta. \quad (5.9.3)$$

ამიტომ, თუ თანმდევი მაღალსიხშირული რხევების სიჩქარე θ მიმართულია V -ს პერპენდიკულარულად, მაშინ $V\theta = 0$. შესაბამისად, გვაქვს:

$$V\tau(\theta, \theta) = 0, \quad (5.9.4)$$

ან

$$\text{div}[\overline{\rho V\tau(\theta, \theta)}] = 0. \quad (5.9.5)$$

(5.8.9) ფორმულის გათვალისწინებით, ბოლო გამოსახულება გვამღვეს:

$$V\text{div}[\overline{\rho\tau(\theta, \theta)}] - \overline{\rho\tau(\nu, \nu)}D(V) = 0, \quad (5.9.6)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\Gamma = -\nu_T \rho D(V)^2. \quad (5.9.7)$$

ტურბულენტობის თეორიაში, აღნიშნულ სიდიდეს, უწოდებენ ტურბულენტობის გენერაციის სიჩქარეს.

ამგვარად, სამართლიანია ტოლობა:

$$Vdiv[\overline{\rho\tau(\vartheta, \vartheta)}] = -\Gamma. \quad (5.9.8)$$

თუ დავუშვებთ, რომ გასაშუალებული ტურბულენტური ნაკადის ჭავლი არ მრუდდება (მიმართველი ვექტორები i, j, k არ იცვლებიან სივრცეში) მაშინ მივიღებთ:

$$\begin{aligned} div[\overline{\rho\tau(\vartheta, \vartheta)}] &= \frac{\partial \overline{\rho(\vartheta_y \vartheta_y)}}{\partial y} j + \frac{\partial \overline{\rho(\vartheta_y \vartheta_z)}}{\partial z} j + \\ &+ \frac{\partial \overline{\rho(\vartheta_y \vartheta_z)}}{\partial y} k + \frac{\partial \overline{\rho(\vartheta_z \vartheta_z)}}{\partial z} k. \end{aligned} \quad (5.9.9)$$

როგორც ვხედავთ, ამ შემთხვევაში დივერგენცია ტენზორიდან $\overline{\rho\tau(\vartheta, \vartheta)}$ არის ვექტორი, რომელიც განთავსებულია სიბრტყეში yOz . შესაბამისად, გვექნება:

$$\Gamma = -Vdiv[\overline{\rho\tau(\vartheta, \vartheta)}] = 0. \quad (5.9.10)$$

ამრიგად, თუ ნაკადის გასაშუალოებული დინების ხაზები არ მრუდდება, მაშინ ტურბულენტურ ნაკადში ტურბულენტობის გენერაცია არ ხდება. შესაბამისად, როდესაც განიხილება გასაშუალებული სიჩქარეებით შექმნილი დინების ხაზები, მხედველობაში უნდა მივიღოთ, რომ, ტურბულენტობის გენერაციის პირობებში, ასეთი ხაზები მუდმივად უნდა მრუდდებოდეს სპირალური მოძრაობის სახით შეუმჩნეველი ზიგზაგების არსებობის გამო. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ნებისმიერ პირდაპირ ტურბულენტურ ჭავლს თან უნდა ახლდეს როგორც მინიმუმ, შეუმჩნეველი სპირალური გადახრები პირდაპირი ხაზიდან. (ნახ.5.9.1)

არანაკლებ საინტერესოდ გამოიყურება საწინააღმდეგო მტკიცებულება. კარგად არის ცნობილი, რომ ნაკადის მოხვევისას დისიპაცია (ანუ დანაკარგები) იზრდება. ზემოთ მოყვანილი მსჯელობის თანახმად, რაც მეტად არის გამრუდებული ტურბულენტური ჭავლი, მით მეტია პარამეტრი Γ . შესაბამისად, მეტია დისიპაცია.

5.10. გამოსახულება ტურბულენტური ძაბვის კოეფიციენტისთვის და ტურბულენტური ენერჯის გენერაციის სიჩქარისთვის

ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტის განსაზღვრისთვის, პირველ რიგში, განვიხილოთ განტოლება (4.4.17) მოცემული გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ ზოგად შემთხვევაში დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$\operatorname{div}\{\overline{\rho V \tau(w, w)}\} = \varepsilon_1, \quad (5.10.1)$$

გავითვალისწინოთ, რომ:

$$\operatorname{div}\{\overline{\rho V [\overline{\varphi^2} \tau(V, V) + \tau(\overline{v}, \overline{v})]}\} = \varepsilon_1. \quad (5.10.2)$$

ტურბულენტური ძაბვისთვის ზოგადი გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ:

$$V \tau_T = \frac{\mu_T + \rho K \alpha(\rho)}{1 - \alpha(\rho) \operatorname{div} V} 2VD(V) - \frac{2}{3} \frac{\rho K + \mu_T \operatorname{div} V}{1 - \alpha(\rho) \operatorname{div} V} V. \quad (5.10.3)$$

ან ვექტორული გარდაქმნის წესების გათვალისწინებით:

$$V \tau_T = \frac{\mu_T + \rho K \alpha(\rho)}{1 - \alpha(\rho) \operatorname{div} V} [\operatorname{grad} V^2 / 2 + \operatorname{div} \tau(V, V) - V \operatorname{div} V] - \frac{2}{3} \frac{\rho K + \mu_T \operatorname{div} V}{1 - \alpha(\rho) \operatorname{div} V} V. \quad (5.10.4)$$

ამასთან ერთად, პარამეტრი $\overline{\varphi^2}$ შეიძლება განსაზღვრული იქნას განტოლებიდან (5.8.8), ამიტომ, (5.10.1) გვაძლევს:

$$\operatorname{div}\{4\mu_T D(V)^2 V^2 V / (V \operatorname{grad} V^2) + \mu_T [\operatorname{grad} V^2 / 2 + \operatorname{div} \tau(V, V) - (5/3) V \operatorname{div} V] / [1 - \alpha(\rho) \operatorname{div} V]\} + \operatorname{div} \rho K \{[(2/3) V - \alpha(\rho) (\operatorname{grad} V^2 / 2 + \operatorname{div} \tau(V, V) - V \operatorname{div} V)] / [1 - \alpha(\rho) \operatorname{div} V]\} = \varepsilon_1. \quad (5.10.5)$$

არაკუმშვადი სითხის შემთხვევაში ბოლო განტოლება მარტივდება და იღებს შემდეგ სახეს:

$$\operatorname{div}\{4\mu_T D(V)^2 V^2 V / (V \operatorname{grad} V^2) + \mu_T [\operatorname{grad} V^2 / 2 + \operatorname{div} \tau(V, V)] - \rho (\overline{v^2} / 3) V\} = 0, \quad (5.10.6)$$

ან

$$\rho V \operatorname{grad} v^2 / 2 = \operatorname{div}\{6\mu_T D(V)^2 V^2 V / (V \operatorname{grad} V^2) + (3/2) \mu_T [\operatorname{grad} V^2 / 2 + \operatorname{div} \tau(V, V)]\}. \quad (5.10.7)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$f_v = (V \operatorname{grad} \ln V^2) - \text{პირობითი სიხშირე}. \quad (5.10.8)$$

ამ შემთხვევაში გვექნება:

$$\rho V \operatorname{grad} v^2 / 2 = \operatorname{div}\{3\Gamma V / f_v\} + (3/4) \operatorname{div}\{\Gamma [\operatorname{grad} V^2 / 2 + \operatorname{div} \tau(V, V)] / D(V)^2\}. \quad (5.10.9)$$

ამრიგად, ჩვენ მივიღეთ დიფერენციალური განტოლება, რომელიც აკავშირებს კინეტიკურ ენერგიას ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტთან ან ტურბულენტური გენერაციის სიჩქარესთან.

მოცემული განტოლება შეიძლება გამოვიყენოთ Γ და μ_T განსაზღვრისთვის არაკუმშვადი გარემოს განხილვისას. მაგრამ ის შეიძლება არაზუსტი აღმოჩნდეს კუმშვადი გარემოსთვის.

კუმშვადი გარემოს განხილვის დროს, შესაძლოა გამოვიყენოთ განტოლება, რომელიც ასახავს სხვაობას რეინოლდსის ტრადიციულ განტოლებასა და ნავიე-სტოქსის განტოლების ზუსტი ინტეგრების შედეგს შორის.

$$V \text{div}[\overline{\rho[\overline{\varphi^2} \tau(V, V) + \tau(\overline{\vartheta}, \overline{\vartheta})]}] = VF(A, V) = \varepsilon_2 \rightarrow 0, \quad (5.10.10)$$

ან(6.6.2) - ის გათვალისწინებით ეს განტოლება გვამღევს:

$$V \text{div}[\overline{\rho \overline{\varphi^2} \tau(V, V)}] - \overline{\rho \tau(\overline{\vartheta}, \overline{\vartheta})} D(V) = VF(A, V) = \varepsilon_2 \rightarrow 0, \quad (5.10.11)$$

(5.8.10)-ის გათვალისწინებით, ბოლო განტოლება იღებს შემდეგ სახეს:

$$V \text{div}[\overline{\rho \overline{\varphi^2} \tau(V, V)}] - \overline{\varphi^2} \overline{\rho \tau(V, V)} D(V) = VF(A, V), \quad (5.10.12)$$

ან

$$\text{div}[\overline{\rho \overline{\varphi^2} V^2 V}] = 2\overline{\varphi^2} \tau(V, V) D(V) + VF(A, V), \quad (5.10.13)$$

$$\text{div}[\overline{\varphi^2} \overline{\rho V}] = [VF(A, V)] / V^2, \quad (5.10.14)$$

მიღებული აღნიშვნების თანახმად, გვაქვს:

$$\overline{\varphi^2} = 2\Gamma / \rho V^2 f_v, \quad (5.10.15)$$

შესაბამისად, ვიღებთ:

$$\text{div}[2\Gamma V / (V^2 f_v)] = [VF(A, V)] / V^2. \quad (5.10.16)$$

განტოლებები (5.10.9) და (5.10.16) გვამღევს საშუალებას, განვსაზღვროთ Γ და μ_T . ამასთანავე, (5.10.16) განტოლების გამოყენება ითხოვს დროის მასშტაბების გრადიენტების ცოდნას.

5.11. გამოსახულება ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯისთვის

ვექტორული ანალიზის მეთოდის გამოყენებით, მოძრაობის განტოლება გვაძლევს საშუალებას, მივიღოთ განტოლება ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯისთვის.

ამისათვის, პირველ რიგში, უნდა აღინიშნოს, რომ V და W ვექტორისთვის სამართლიანია თანაფარდობა:

$$Vgrad(w^2/2) = -\tau(w, w)D(V) - w^2 div(V) - (Vw)div(w) + wdiv[\tau(V, w)] + wdiv[\tau(w, V)]. \quad (5.11.1)$$

როგორც ვხედავთ, ვექტორულ დამოკიდებულებებს შეუძლიათ მოგვცენ ძალიან საინტერესო ინფორმაცია კინეტიკური ენერჯის და ტურბულენტური პულსაციის ტენზორის კავშირის შესახებ. ამავდროულად, მოცემული განტოლება ადგენს კავშირს კინეტიკური ენერჯის მყისიერ მნიშვნელობასა და პულსაციის ტენზორს შორის.

ასეთი სახით, (5.11.1) განტოლება ვერ გამოდგება ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯის განსაზღვრისთვის, რადგან ის შეიცავს არასიმეტრიულ ტენზორებს, მაგრამ ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ ის გვიხსნის გზას პრობლემის გადაჭრისკენ მოძრაობის განტოლების ანალიზის გზით.

მოდით, მივმართოთ ნავიე-სტოქსის განტოლების გასაშუალოების სტანდარტულ პროცედურას:

$$\frac{dW}{d\tau} = -\frac{1}{\rho} gradP + \nu F(W), \quad (5.11.2)$$

სადაც

$$F(W) = 2divD(W) - \frac{2}{3} grad(div W). \quad (5.11.3)$$

წარმოვიდინოთ სიჩქარე საშუალო სიჩქარის და პულსაციის ჯამის სახით და გავითვალისწინოთ (5.11.3) განტოლებაში:

$$\frac{\partial(V+w)}{\partial\tau} + div[\tau(V+w, V+w)] - (V+w)div(V+w) = -\frac{1}{\rho} gradP + \nu F(U+v), \quad (5.11.4)$$

დროის მიხედვით ინტეგრირების შემდეგ (5.11.4) გამოსახულებიდან ვიღებთ განტოლებას საშუალო სიჩქარისთვის:

$$\operatorname{div} [\tau(V, V)] - V \operatorname{div} (V) + \operatorname{div} [\overline{\tau(w, w)}] - \overline{w \operatorname{div}(w)} = -\frac{1}{\rho} \overline{\operatorname{grad} P} + \nu F(V). \quad (5.11.5)$$

ამრიგად, გასაშუალების პროცედურის შედეგად, რომელიც შემოთავაზებულია რეინოლდსის მიერ, წარმოიქმნება არამხოლოდ უცნობი ტენზორი ექვსი უცნობით, არამედ მეორე უცნობი პარამეტრიც $\overline{w \operatorname{div}(w)}$ რომელიც შეიძლება უკუაგდო მხოლოდ არაკუმშვადი სითხის განხილვის შემთხვევაში. როგორც შემდგომში დავინახავთ, ყველა შემთხვევაში ჩვენ ვახერხებთ თავი ავარიდოთ მოცემული პარამეტრის არსებობას, როდესაც ვმსჯელობთ კუმშვად გარემოზე მისი იგნორირების გარეშე, მაგრამ ჩვენ ვერ მოვახერხებთ განგვესაზღვრა მისი მნიშვნელობა დისიპაციის განხილვისას. ამიტომ, ვთვლით, რომ ჩვენი სამუშაოს საბოლოო შედეგი იქნება ზუსტი არაკუმშვადი გარემოსთვის და მისაღები დაშვების სიზუსტით $\overline{w \operatorname{div}(w)} = 0$ კუმშვადი გარემოსთვის.

სხვაობა (5.11.4)-სა და (5.11.5)-ს შორის გვაძლევს:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial \tau} + \operatorname{div} [\tau(w, w)] - w \operatorname{div} (w) - \operatorname{div} [\overline{\tau(w, w)}] + \overline{w \operatorname{div} (w)} + \\ & + \operatorname{div} [\tau(V, w)] + \operatorname{div} [\tau(w, V)] - V \operatorname{div} (w) - w \operatorname{div} (V) = \\ & = \nu F(w) + \frac{1}{\rho} \overline{\operatorname{grad} P} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P. \end{aligned} \quad (5.11.6)$$

როგორც ვხედავთ, დროში ინტეგრირებისას, მოცემული განტოლება ქრება. გამოსახულება (5.11.6) შეიძლება განხილულ იქნას, როგორც ინტეგრირების პროცედურის ნარჩენი. მაგრამ სწორედ ეს ნარჩენი ატარებს ასევე შეუფასებელ ინფორმაციას, რომელზე უარის თქმაც ნიშნავს პრობლემის ამოხსნის შანსის ხელიდან გაშვებას. როგორც ვხედავთ, მოცემული განტოლება ასევე შეიცავს არასიმეტრიულ ტენზორებს, რომელთა განსაზღვრა შეიძლება (5.11.1)-ს საფუძველზე.

თუ განტოლებას (5.11.6)-ს გავამრავლებთ w -ზე მივიღებთ:

$$w \operatorname{div} [\tau(V, w)] + w \operatorname{div} [\tau(w, V)] - w^2 \operatorname{div} (V) - (Vw) \operatorname{div} (w) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{w^2}{2} + w \text{grad}(w^2/2) - w \{ \overline{\text{div}[\tau(w, w)]} - \overline{w \text{div}(w)} \} = \\
& = \nu w F(w) + (\rho' w / \bar{\rho}^2) \text{grad} \bar{P} - (1/\bar{\rho}) w \text{grad} P'. \tag{5.11.7}
\end{aligned}$$

ახლა კი გავითვალისწინოთ (5.11.1) ასეთ შემთხვევაში მივიღებთ:

$$\begin{aligned}
\tau(w, w) D(V) &= - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{w^2}{2} - V \text{grad} \left(\frac{w^2}{2} \right) - w \text{grad}(w^2/2) + w \{ \overline{\text{div}[\tau(w, w)]} - \overline{w \text{div}(w)} \} + \\
& + \nu w F(w) + (\rho' w / \bar{\rho}^2) \text{grad} P - (1/\bar{\rho}) w \text{grad} P'. \tag{5.11.8}
\end{aligned}$$

ბოლო განტოლების დროის მიხედვით ინტეგრირებისას გავითვალისწინოთ, რომ (3.4.3, 5.8.7 და 5.8.16) განტოლებების თანახმად, გვაქვს:

$$\overline{(w \text{grad} P')} = 0, \tag{5.11.9}$$

$$\overline{w \text{grad}(w^2/2)} = 0, \tag{5.11.10}$$

$$\tau(w, w) D(V) = \bar{\varphi}^2 \tau(V, V) D(V) = \bar{\varphi}^2 V \text{grad}(V^2/2) = -\tau(\nu, \nu) D(V), \tag{5.11.11}$$

$$V \text{grad} \bar{K} = \tau(\bar{\nu}, \bar{\nu}) D(V) + \nu \overline{w F(w)} + (A_\rho / \rho) \text{grad} P, \tag{5.11.12}$$

$$\rho V \text{grad} \bar{K} = -\tau_T D(V) + \mu \overline{w F(w)} + A_\rho \text{grad} P.$$

(5.11.13)

შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ სამართლიანია თანაფარდობა:

$$\rho \varepsilon = -\overline{\text{div}(e_{\mu\nu})} - \mu \overline{w F(w)} + \overline{e_{\mu\nu}} A. \tag{5.11.14}$$

სადაც $\overline{e_{\mu\nu}}$ არის ზედაპირული ძალების ენერჯის გასაშუალოებული ვექტორი, რომელიც ჩნდება ტურბულენტური პულსაციების შედეგად. ε გამოსახავს კინეტიკური ენერჯის დისიპაციის სიჩქარეს ტურბულენტობის გამო. შესაბამისად, გამოსახულება კინეტიკური ენერჯისთვის იღებს შემდეგ სახეს:

$$\rho V \text{grad} \bar{K} = -\Gamma + \overline{e_{\mu\nu}} A - \overline{\text{div}(e_{\mu\nu})} - \rho \varepsilon + A_\rho \text{grad} P. \tag{5.11.15}$$

ვექტორის $\overline{e_{\mu\nu}}$ და დისიპაციური ფუნქციის განსაზღვრა მოცემულია, ენერჯის ლოკალური ვექტორების და ენტროპიის წარმოების განტოლების ანალიზის გზით. შემდგომი გარდაქმნის პროცესში გავითვალისწინოთ, რომ:

$$V \text{grad} \bar{K} = V \text{grad}(\bar{\nu}^2/2) + V \text{grad}(\bar{\varphi}^2 V^2/2) + V \text{grad}(\bar{\vartheta}^2/2). \tag{5.11.16}$$

შესაბამისად, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \rho V \text{grad}(\overline{v^2} / 2) = & -\Gamma - \rho V \text{grad}[\mathcal{G}^2 / 2] - V \text{grad}[\overline{\varphi^2 V^2} / 2] + \\ & + \overline{e_{\mu\nu}} A - \text{div}(\overline{e_{\mu\nu}}) - \rho \varepsilon + A_\rho \text{grad} P. \end{aligned} \quad (5.11.17)$$

ჩავატაროთ შემდეგი გარდაქმნა:

$$\begin{aligned} V \text{grad}(\overline{\varphi^2 V^2} / 2) = & V \text{grad}[2v_T V^2 D(V)^2 / (V \text{grad} V^2)] = \\ = & -4v_T D(V)^2 + 2v_T D(V)^2 \{V \text{grad}[1 / (V \text{grad} \ln V^2)]\} + \\ & + 2\{V \text{grad}[v_T V^4 D(V)^2]\} / [V^4 (V \text{grad} \ln V^2)]. \end{aligned} \quad (5.11.18)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$f_V = (V \text{grad} \ln V^2) - \text{პირობითი სიხშირე}. \quad (5.11.19)$$

და განვსაზღვროთ $\overline{\varphi^2}$ ტურბულენტობის გენერაციის საფუძველზე:

$$\overline{\varphi^2} = 2\Gamma / \rho V^2 f_V, \quad (5.11.20)$$

შესაბამისად, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \rho V \text{grad}(\overline{v^2} / 2) = & -\rho V \text{grad}[\mathcal{G}^2 / 2] + \Gamma - \rho \varepsilon - \{V \text{grad}[\Gamma V^4 / f_V]\} / V^4 + \\ & + \overline{e_{\mu\nu}} A - \text{div}(\overline{e_{\mu\nu}}) + A_\rho \text{grad} P. \end{aligned} \quad (5.11.21)$$

ამრიგად, ჩვენ მივიღეთ გამოსახულება, რომელიც საკმაოდ მოგვაგონებს კინეტიკური ენერჯისთვის ცნობილ განტოლებებს. ამასთანავე, ის გვიჩვენებს, რომ მაღალ სიხშირული გვერდითი რხევების არსებობის პირობებში, ტურბულენტობის წარმოქმნა ხდება თანმხლები პულსაციების ენერჯის ხარჯზე.

ამასთან ერთად თანმხლები განივი პულსაციების ენერჯია უმნიშვნელოა. შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ ასეთი მოძრაობების ენერჯია ჭავლის გასწვრივ არ იცვლება. ასეთ შემთხვევაში, (5.11.19) განტოლების პირველი წევრი შეიძლება მოვიშოროთ.

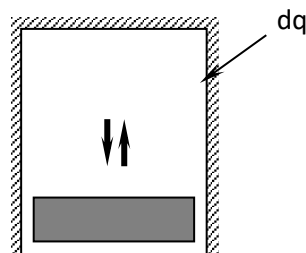
შესაბამისად, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \rho V \text{grad}(\overline{v^2} / 2) = & \Gamma - \rho \varepsilon - \{V \text{grad}[\Gamma V^4 / f_V]\} / V^4 + \\ & + \overline{e_{\mu\nu}} A - \text{div}(\overline{e_{\mu\nu}}) + A_\rho \text{grad}. \end{aligned} \quad (5.11.22)$$

5.12. რხევების იზოენტროპულობა არაიზოენტროპულ პროცესებში

მოცემულ თავში ნაკადის მდგომარეობის პარამეტრების რხევებს შორის კორელაციის დასადგენად და დისიპაციის სიჩქარის განსაზღვრისათვის, ჩვენ ვიყენებთ თერმოდინამიკის კანონებს და ენტროპიის წარმოების დიფერენციალურ განტოლებას, რაც გვაძლევს საშუალებას, დავასრულოთ დიფერენციალური განტოლების სისტემის ჩაკეტვის ამოცანა. საბოლოოდ, შემოთავაზებულია სისტემა, რომელიც ზუსტია არაკუმშვადი სითხეებისთვის და სამართლიანია კუმშვადი გარემოსათვის $\overline{wdivw} = 0$ დაშვების სიზუსტით.

კუმშვადი გარემოს (იდეალური გაზის) განხილვის შემთხვევაში, უცნობი კორელაციების რაოდენობის შემცირების მიზნით, ძალიან მნიშვნელოვანია ვიცოდეთ დამოკიდებულება თერმოდინამიკური პარამეტრების პულსაციებს შორის. ქვემოთ ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ, მიუხედავად გაზებში მიმდინარე პროცესების არაიზოენტროპულობისა, კავშირი მდგომარეობის თერმოდინამიკური პარამეტრების პულსაციებს შორის, საკმაოდ მაღალი სიზუსტით, შეიძლება ჩაითვალოს იზოენტროპულად. ამისათვის, ჩავატაროთ არაიზოენტროპული პროცესის თერმოდინამიკული ანალიზი მუდმივ მოცულობაში, რომელიც ახდენს სითბოს მიმოცვლას გარემოსთან. ამასთან, მოცულობის ზედაპირის ვიზრაციის (ან სხვა მიზეზთა) გამო, მოცულობაში შეიძლება არსებობდეს წნევის და ტემპერატურის პერიოდული ცვალებადობა.



ნახ.5.12.1 არაიზოენტროპული პროცესი ჩაკეტილ სივრცეში, რომელშიც მდგომარეობის პარამეტრები განიცდიან რხევას ზედაპირიდან მიღებული შეშფოთებების გამო

ბუნებრივია, რომ ამ პარამეტრების ცვალებადობის პირობებში ენტროპია არ შეიძლება ირხეოდეს (ის არ შეიძლება შემცირდეს), ხოლო გარედან გაცხელების პირობებში ენტროპია შეიძლება მხოლოდ მონოტონურად გაიზარდოს საშუალო წნევის და ტემპერატურის ზრდის პარალელურად. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, მდგომარეობის პარამეტრების მცირე ცვალებადობის პირობებში ენტროპიის დროში ცვლა განხილულ მოცულობაში შეიძლება გამოვსახოთ განტოლებით:

$$\frac{ds}{dt} = c_p \frac{d \ln T}{dt} - R \frac{d \ln P}{dt} = \frac{1}{T} \left(\frac{dq}{dt} \right) = \frac{1}{\bar{T}} \left(\frac{dq}{dt} \right) - \frac{T'}{\bar{T}^2} \left(\frac{dq}{dt} \right), \quad (5.12.1)$$

ან, თუ ვაინტეგრებთ:

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = c_p \frac{d \ln \bar{T}}{dt} - R \frac{d \ln \bar{P}}{dt} = \frac{1}{\bar{T}} \left(\frac{dq}{dt} \right), \quad (5.12.2)$$

ამ ორი განტოლების სხვაობა გვაძლევს:

$$c_p \frac{d \ln(\bar{T}/T)}{dt} - R \frac{d \ln(\bar{P}/P)}{dt} = -\frac{T'}{\bar{T}^2} \left(\frac{dq}{dt} \right) = -\frac{T'}{\bar{T}} \frac{ds}{dt}, \quad (5.12.3)$$

ამასთან, მცირე პულსაციების დროს, გვაქვს:

$$\ln[1 + T'/\bar{T}] = \frac{T'}{\bar{T}}, \quad (5.12.4)$$

$$\ln[1 + P'/\bar{P}] = \frac{P'}{\bar{P}}, \quad (5.12.5)$$

შესაბამისად, ვღებულობთ:

$$c_p \frac{d(T'/\bar{T})}{dt} - R \frac{d(P'/\bar{P})}{dt} = -\frac{T'}{\bar{T}^2} \left(\frac{dq}{dt} \right) = -\frac{T'}{\bar{T}} \frac{ds}{dt}, \quad (5.12.6)$$

ან

$$c_p \frac{T'}{\bar{T}} = R \frac{P'}{\bar{P}} - \frac{ds}{dt} \frac{T'}{\bar{T}} \Delta t. \quad (5.12.7)$$

სადაც Δt დროის ინტერვალია, რომლის განმავლობაშიც წნევამ და ტემპერატურამ მიიღეს გადახრა P', T' როგორც ვხედავთ, თუ რხევას აქვს მაღალი სიხშირე ($\Delta t \rightarrow 0$), ხოლო ტემპერატურის გადახრა უმნიშვნელოა, $T'/\bar{T} \rightarrow 0$ მაშინ ენტროპიის თუნდაც ძლიერი ცვლილების პირობებში, პარამეტრებს გადახრებს შორის არსებობს ადიაბატური ხასიათის დამოკიდებულება:

$$\frac{T'}{\bar{T}} \approx \frac{k-1}{k} \frac{P'}{\bar{P}}. \quad (5.12.8)$$

აღნიშნული ნიშნავს იმას, რომ წნევისა და ტემპერატურის გადახრები შეიძლება განისაზღვროს სიმკვრივის გადახრის საფუძველზე განტოლებიდან:

$$\frac{P'}{\bar{P}} = k \frac{\rho'}{\bar{\rho}}, \quad (5.12.9)$$

$$\frac{T'}{\bar{T}} = (k-1) \frac{\rho'}{\bar{\rho}}, \quad (5.12.10)$$

$$\overline{P'w} = k(\bar{P}/\bar{\rho})\overline{\rho'w}, \quad (5.12.11)$$

$$\overline{T'w} = (k-1)(\bar{T}/\bar{\rho})\overline{\rho'w}, \quad (5.12.12)$$

$$\overline{T'\rho'} = (k-1)(\bar{T}/\bar{\rho})\overline{\rho'^2}. \quad (5.12.13)$$

5.13. მდგომარეობის გასაშუალოებული განტოლება იდეალური გაზისათვის პარამეტრების ტურბულენტური რხევების არსებობის პირობებში

იდეალური გაზის წნევის მყისიერი მნიშვნელობა ტემპერატურის და სიმკვრივის მყისიერი მნიშვნელობების ნამრავლის პროპორციულია:

$$P = R(\bar{\rho}\bar{T} + \bar{\rho}T' + \bar{T}\rho' + \rho'T'), \quad (5.13.1)$$

თუკი ამ გამოსახულებას ვაინტეგრებთ დროში, მივიღებთ:

$$\bar{P} = R\bar{\rho}\bar{T} + R\bar{\rho}\bar{T}'. \quad (5.13.2)$$

შესაბამისად, ზემოთ მოყვანილი ადიაბატური დამოკიდებულებების გათვალისწინებით, მივიღებთ:

$$\bar{P} = R\bar{\rho}\bar{T} + (k-1)R\bar{T}\bar{\rho}'^2/\bar{\rho}. \quad (5.13.3)$$

ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ გამოსახულება, რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს წნევის, ტემპერატურის, და სიმკვრივის საშუალო მნიშვნელობებს, სიმკვრივის პულსაციის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდის მეშვეობით.

5.14. ენტროპიის წარმოების განტოლება და დისიპაცია

როგორც ცნობილია, ენტროპიის ცვალებადობა დროში განისაზღვრება შემდეგი სახის დიფერენციალური განტოლებით, რომელსაც ენტროპიის წარმოების დიფერენციალური განტოლება ეწოდება:

$$Tds / dt = (\lambda / \rho) \nabla^2 T + v\phi(v) + v\phi(V), \quad (5.14.1)$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ ენტროპიის ცვალებადობა ხდება ელემენტალურ მასაზე მიწოდებული სითბოსაგან დამოკიდებულებით. ამასთან ერთად, სითბური ეფექტი დამოკიდებულია ერთის მხრივ უწყვეტი გარემოს თბოგამტარობის გამო სითბოს შიგა მიმოცვლაზე (განტოლების პირველი წევრი) ასევე, ნაკადში არსებული ბლანტი ხახუნის გამო წარმოქმნილ სითბოზე (დისიპაციაზე). ამასთან, ეს სითბო წარმოიქმნება როგორც ტურბულენტური დისიპაციის გამო (მეორე წევრი), ასევე დიდმასშტაბიანი, გასაშუალებული მოძრაობის შედეგად წარმოშობილი ხახუნის გამო (ბოლო წევრი). მეორეს მხრივ, თერმოდინამიკის ცნობილი კანონების შესაბამისად, ენტროპია წარმოადგენს მდგომარეობის პარამეტრების ფუნქციას და მისი ცვალებადობა განისაზღვრება განტოლებიდან.

$$Tds / dt = c_v dT / dt + Pd(1 / \rho) / dt, \quad (5.14.2)$$

$$Tds / dt = c_v dT / dt - RTd(\ln \rho) / dt, \quad (5.14.3)$$

გავითვალისწინოთ, რომ უწყვეტობის განტოლების თანახმად გვაქვს:

$$d(\ln \rho) / dt = -\text{div} W, \quad (5.14.4)$$

შესაბამისად, გვაქვს:

$$Tds / dt = c_v dT / dt + RT \text{div} W, \quad (5.14.5)$$

ან

$$Tds / dt = c_v dT / dt + R \text{div} TW - RW \text{grad} T, \quad (5.14.6)$$

მოვახდინოთ აღნიშნული განტოლებების ინტეგრება:

$$\overline{Tds / dt} = c_v \overline{W \text{grad} T} + R \overline{\text{div} TW} - \overline{RTWA} - \overline{RW \text{grad} T}. \quad (5.14.7)$$

წარმოვადგინოთ სიჩქარე როგორც საშუალო მნიშვნელობის და პულსაციების ჯამი და გავითვალისწინოთ განტოლებები (3.4.4-3.4.7.) შესაბამისად გვექნება:

$$\overline{Tds/dt} = c_v V \overline{gradT} + R \overline{divTW} - \overline{RTWA} - \overline{RVgradT}, \quad (5.14.8)$$

$$\overline{Tds/dt} = c_v V \overline{gradT} + R \overline{div[TV + T'w]} - \overline{RT'wA} - \overline{RVgradT}, \quad (5.14.9)$$

$$\overline{Tds/dt} = c_v V \overline{gradT} + \overline{RTdivV} + \overline{div(TA_p)}. \quad (5.14.10)$$

ამგვარად, ენტროპიის წარმოების განტოლება ლებულობს სახეს:

$$\begin{aligned} c_v V \overline{gradT} + \overline{RTdivV} + \overline{div(TA_p)} = \\ = \overline{(\lambda/\rho)\nabla^2 T} + \nu \phi(V) + \varepsilon. \end{aligned} \quad (5.14.11)$$

სითხეების შემთხვევაში, როდესაც ცნობილია ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი და კინეტიკური ენერგია, დისიპაციის სიჩქარე განისაზღვრება კოლმოგოროვის თეორიის საფუძველზე.

$$\varepsilon = 0.0225(\overline{v^2})^2 / \nu_T. \quad (5.14.12)$$

შესაბამისად, ასეთ შემთხვევაში, განტოლება (5.14.11) უნდა გამოვიყენოთ სითხის ტემპერატურის განსაზღვრისათვის. იმის გამო, რომ უკუმშვად გარემოში (სითხეებში) ტემპერატურა იცვლება დამოუკიდებელი განტოლების საფუძველზე,

განტოლების გათვალისწინება ენერგიის შენახვის დიფერენციალურ განტოლებაში საშუალებას იძლევა მივიღოთ ენერგიის შენახვის განტოლება სითხეებისათვის ბერნულის განტოლების ფორმით.

გაზების შემთხვევაში, ტემპერატურის კავშირი წნევასთან და სიმკვრივესთან ატარებს ცალსახა ხასიათს. თუკი სიმკვრივე და წნევა განისაზღვრებიან მასის, ენერგიის და იმპულსის შენახვის კანონების საფუძველზე, ტემპერატურა ცალსახად განისაზღვრება მდგომარეობის განტოლებიდან (5.13.3.) ასეთ შემთხვევაში, თუკი ცნობილია ტემპერატურისა და საშუალო სიჩქარის ცვალებადობა სივრცეში, განტოლება (5.14.11) საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ დისიპაციის სიჩქარე.

$$\varepsilon = c_v V \overline{gradT} + \overline{RTdivV} + \overline{div(TA_p)} - \overline{(\lambda/\rho)\nabla^2 T} - \nu \phi(V). \quad (5.14.13)$$

ასეთ შემთხვევაში, კოლმოგოროვის (5.13.3) განტოლება საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი.

განტოლებათა სისტემის შემუშავებისას გათვალისწინებულია რომ, ტენზორული აღრიცხვის კანონების თანახმად, ადგილი აქვს ტოლობებს, რომლებიც საშუალებას იძლევიან დავაკავშიროთ დისიპაცია საშუალო სიჩქარესთან და ტურბულენტობის სხვა მახასიათებლებთან.

$$e_{\mu} = -W\sigma(W) = (2/3)\mu W \text{div} W - 2\mu WD(W), \quad (5.14.14)$$

$$\overline{e_{\mu}} = -2\mu UD(V) + (2/3)\mu V \text{div} V - 2\mu \overline{wD(w)} + (2/3)\mu \overline{w \text{div}(w)}, \quad (5.14.15)$$

$$e_{\mu w} = (2/3)\mu w \text{div} w - 2\mu w D(w), \quad (5.14.16)$$

$$\overline{\text{div}\{(2/3)w \text{div}(w) - 2wD(w)\}} = \overline{[2D(w)^2 - (2/3)\text{div}(w)^2]} - \overline{w \text{div}[2D(w) - (2/3)I \text{div}(w)]}, \quad (5.14.17)$$

$$\rho \varepsilon = -\overline{\text{div}(e_{\mu w})} - \overline{\mu w F(w)} = -\overline{\text{div}(e_{\mu w})} - \overline{\mu w F(w)} + \overline{e_{\mu w} A}, \quad (5.14.18)$$

$$\rho \varepsilon = \mu \overline{[2D(w)^2 - (2/3)\text{div}(w)^2]}, \quad (5.14.19)$$

$$\overline{w F(w)} = \overline{w \text{div}[2D(w) - (2/3)I \text{div}(w)]}, \quad (5.14.20)$$

$$\overline{e_{\mu w}} = (5/3)\mu \overline{w \text{div} w} - \mu \overline{\text{grad}(w^2/2)} - \mu \overline{\text{div}[\tau(w, w)]} + \mu \overline{A w^2/2} + \mu \overline{A \tau(w, w)}. \quad (5.14.21)$$

აღნიშნულ გარემოებათა გათვალისწინებით, ქვემოთ მოყვანილია დიფერენციალურ განტოლებათა ჩაკეტილი სისტემები როგორც კუმზვადი, ისე უკუმზვადი გარემოსათვის.

5.15. უკუმზვადი გარემოს ტურბულენტური ნაკადის დინების ამსახველი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა

უწყვეტობის განტოლება:

$$\text{div} V = 0. \quad (5.15.1)$$

ენერგიის განტოლება (ბერნულის განტოლება):

$$V \text{grad}(P + \rho V^2/2 + \rho \overline{w^2}/2) = 2\mu V \text{div} D(V) - \text{div}[e_{\mu w}] - 0,0225 \rho (\overline{v^2})^2 / \nu_T. \quad (5.15.2)$$

მომრავობის განტოლება:

$$\rho (V \nabla) V = -\text{grad} \overline{P} + \text{div}\{2\mu D(V)\} + \tau_T. \quad (5.15.3)$$

ტურბულენტური ძაბვების ტენზორი:

$$\tau_T = -\rho\tau(v, v) = \frac{\Gamma}{D(V)^2} D(V) - \frac{2\rho K}{3} I. \quad (5.15.4)$$

განტოლება სითხის ტემპერატურისათვის:

$$c_V V \text{grad} \bar{T} = (\lambda / \rho) \nabla^2 \bar{T} + v \phi(V) + 0.0225 (\bar{v}^2)^2 / v_T. \quad (5.15.5)$$

ტურბულენტობის ენერჯის განტოლება:

$$\rho V \text{grad} (\bar{v}^2 / 2) = \Gamma - \rho \varepsilon - \{V \text{grad} [\Gamma V^4 / f_V]\} / V^4 - \text{div}(\bar{e}_{\mu\nu}). \quad (5.15.6)$$

ბლანტი ძალების ენერჯის ვექტორი:

$$\bar{e}_{\mu\nu} = -\mu \text{grad} [(\bar{v}^2 / 2) + \Gamma / \rho f_V] + v \text{div} \tau_T - \mu \text{div} [2\Gamma \tau(V, V) / \rho f_V V^2]. \quad (5.15.7)$$

განტოლება ტურბულენტობის გენერაციის სიჩქარისათვის:

$$\begin{aligned} & \text{div}\{3\Gamma V / f_V\} + (3/4) \text{div}\{\Gamma [\text{grad} V^2 / 2 + \text{div} \tau(V, V)] / D(V)^2\} = \\ & = \Gamma - \rho \varepsilon - \{V \text{grad} [\Gamma V^4 / f_V]\} / V^4 - \text{div}(\bar{e}_{\mu\nu}). \end{aligned} \quad (5.15.8)$$

ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი:

$$\mu_T = \Gamma / 2D(V)^2. \quad (5.15.9)$$

$$f_V = (V \text{grad} \ln V^2) - \text{პირობითი სიხშირე}. \quad (5.15.10)$$

$$\Gamma = 2v_T \rho D(V)^2 - \text{გენერაციის სიჩქარე}. \quad (5.15.11)$$

5.16. კუმზვადი გარემოს ტურბულენტური ნაკადის დინების ამსახველი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა.

უწყვეტობის განტოლება:

$$\text{div}[\rho V + \rho A_\rho] = 0. \quad (5.16.1)$$

ენერჯის განტოლება:

$$\begin{aligned} & \text{div}\{\rho V h^* + e_{\mu\nu} + e_{\mu\nu} + \bar{q} + \rho V \tau(\bar{w}, \bar{w}) + a_\rho^2 \bar{R} \bar{T} \rho V + \bar{\rho} \tau(V, V) A_\rho\} + \\ & + \text{div}\{[c_p \bar{T} \rho + k \bar{P} + \bar{\rho} V^2 / 2] A_\rho\} = 0 \end{aligned} \quad (5.16.2)$$

მოდრაობის განტოლება:

$$\rho (V \nabla) V = -\text{grad}[\bar{P} + (2/3) \mu \text{div} V] + \text{div}[\tau_T + 2\mu D(V)]. \quad (5.16.3)$$

ტურბულენტური ძაბვების ტენზორი:

$$\tau_T = \frac{3\Gamma + \overline{\rho v^2} \operatorname{div} V}{3D(V)^2 - (\operatorname{div} V)^2} D(V) - \frac{\overline{\rho v^2} D(V)^2 + \Gamma \operatorname{div} V}{3D(V)^2 - (\operatorname{div} V)^2} I. \quad (5.16.4)$$

მდგომარეობის განტოლება:

$$\overline{P} = R\overline{\rho T}[1 + (k-1)a_\rho^2]. \quad (5.16.5)$$

განტოლებები ვექტორებისათვის A_ρ, A

$$A = C_{A1} \{ [e_{\mu\nu} + \overline{e_{\mu\nu}} + \overline{q} + \rho V \tau(\overline{w}, \overline{w})] \times V \}, \quad (5.16.6)$$

$$A_\rho \times V = C_{A2} \{ [e_{\mu\nu} + \overline{e_{\mu\nu}} + \overline{q} + \rho V \tau(\overline{w}, \overline{w})] \times V \}. \quad (5.16.7)$$

დისიპაციის სიჩქარე:

$$\varepsilon = c_V V \operatorname{grad} \overline{T} + R \overline{T} \operatorname{div} V + \operatorname{div}(\overline{T} A_\rho) - (\lambda / \rho) \nabla^2 \overline{T} - \nu \phi(V). \quad (5.16.8)$$

ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი:

$$\nu_T = 0.0225 (\overline{v^2})^2 / \varepsilon. \quad (5.16.9)$$

ტურბულენტობის გენერაციის სიჩქარე:

$$\Gamma = 2\rho \nu_T D(V)^2. \quad (5.16.10)$$

ბლანტი ძალების ენერჯის ვექტორი:

$$\begin{aligned} \overline{e_{\mu\nu}} = & -\mu \operatorname{grad}[(\overline{v^2} / 2) + \Gamma / \rho f_V] + \nu \operatorname{div} \tau_T - \mu \operatorname{div}[2\Gamma \tau(V, V) / \rho f_V V^2] + \\ & + \mu[(\overline{v^2} / 2) + \Gamma / \rho f_V] A - \nu \tau_T A + \mu[2\Gamma \tau(V, V) / \rho f_V V^2] A. \end{aligned} \quad (5.16.11)$$

ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯის განტოლება:

$$\begin{aligned} \rho V \operatorname{grad}(\overline{v^2} / 2) = & \Gamma - \rho \varepsilon - \{V \operatorname{grad}[\Gamma V^4 / f_V]\} / V^4 + \\ & + \overline{e_{\mu\nu}} A - \operatorname{div}(\overline{e_{\mu\nu}}) + A_\rho \operatorname{grad} P. \end{aligned} \quad (5.16.12)$$

განტოლება სიმკვრივის რხევის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდისათვის:

$$\overline{\rho V \operatorname{grad}(\overline{a_\rho^2} / 2)} \approx [\overline{a_\rho^2} - 1] \operatorname{div}[\overline{\rho} A_\rho]. \quad (5.16.13)$$

5.17. ტურბულენტობა როგორც საოცარი მოვლენა, რომელიც შესაძლოა იყოს ერთერთი საფუძველი ტორნადოს დამანგრეველი ენერჯისა

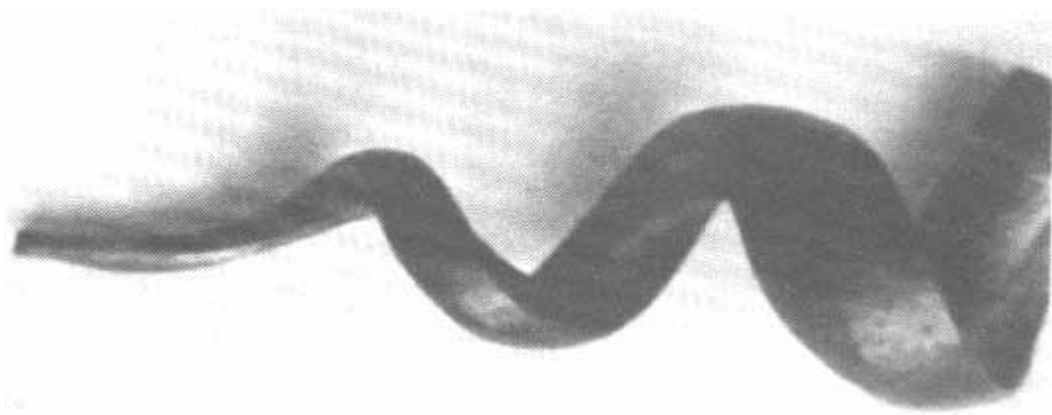
საკმაოდ გავრცელებულია მოსაზრება, რომ ტურბულენტობა არის საოცარი მოვლენა არამარტო იმიტომ, რომ თითქმის შეუძლებელია მისი მათემატიკური აღწერა, არამედ იმიტომაც, რომ მასში მიმდინარე პროცესები ეწინააღმდეგებიან თერმოდინამიკაში მიღებულ კანონებს. ბუნებრივია რომ ტურბულენტური გრიგალების ენერჯია წარმოიქმნება გაზის სითბოს, ანუ მოლეკულური მოძრაობის ენერჯის ხარჯზე. თუკი გავითვალისწინებთ, რომ მოლეკულური მოძრაობა შესაბამება ქაოსს, მათი ენერჯიდან შედარებით მოწესრიგებული გრიგალების წარმოშობა ნიშნავს ქაოსიდან წესრიგის დაბადებას. ტურბულენტური გრიგალების ენერჯია მექანიკურ ენერჯიას წარმოადგენს. ე.ი. ტურბულენტობის წარმოშობის დროს, ერთის მხრივ იბადება წესრიგი და მცირდება ენტროპია, მეორეს მხრივ კი სითბო გარდაიქმნება მექანიკურ ენერჯიად. ეს პროცესები კი ეწინააღმდეგებიან თერმოდინამიკაში მიღებულ კანონებს. სულ სხვა რამაა ის, რომ, ტურბულენტობის მექანიკურ ენერჯიას ვერ ვიყენებთ. ეს ხდება იმიტომ, რომ, ტურბულენტური გრიგალები სივრცეში ქაოტურად გაიბნევიან და წარმოუდგენელია უამრავი მცირე გრიგალის ენერჯის გამოყენება. ამის გამო, ეს გრიგალები დისიპაციას განიცდიან და კვლავ სითბოდ გარდაიქმნებიან. ამგვარად ტურბულენტურ ნაკადებში განუწყვეტლივ მიმდინარეობს ციკლი „გენერაცია-დისიპაცია-გენერაცია“ რის გამოც ნაკადის სრული ენერჯია (ან დამუხრუჭების ტემპერატურა) არ იცვლება. წარმოშობილი ტურბულენტური გრიგალების ენერჯის გამოყენება რომ ხერხდებოდეს, მაშინ აღარ გვექნებოდა დისიპაცია და გვექნებოდა მხოლოდ გენერაცია. ასეთ შემთხვევაში, ნაკადს აღარ დაუბრუნდებოდა ტურბულენტური გრიგალების ენერჯია სითბოს სახით და მისი საბოლოო სრული ენერჯია (ან ტემპერატურა) ნაკლები აღმოჩნდებოდა. ეს ბუნებრივია, რადგან შესაბამისი ოდენობის სასარგებლო მექანიკური ენერჯია წავიდოდა მომხმარებლისაკენ.

მაგრამ მოდით წარმოვიდგინოთ, რომ უამრავი მცირე ტურბულენტური გრიგალიდან წარმოიქმნება ერთი, დიდი ზომის გრიგალი. მრავალი მცირე მოძრაობის ერთ დიდ მოძრაობად გაერთიანების პროცესები ბუნებაში ცნობილია

და ასეთი პროცესები მოვლენათა სინქრონიზაციის შედეგად ხდება. მაგალითისათვის, ცნობილია რომ ხილზე მოძრაობისას ჯარის ნაწილები თავისუფალი ნაბიჯებით გადაჰყავთ, ვინაიდან ჯარისკაცთა მწყობრი სიარულის დროს წარმოშობილმა ძალებმა შესაძლოა ისეთ სიდიდეებამდე მიაღწიოს, რაც ხიდის საგრძნობ რხევას გამოიწვევს. მცირე მოძრაობათა მოქცევა წესრიგში არის ერთ-ერთი მიზეზი გაცილებით მოწესრიგებული მოძრაობების და დიდი ძალების წარმოქმნისა.

სითხის ნაკადებში წესრიგის გაჩენას ხელს უწყობს ბრუნვითი, ტოროიდალური და სპირალური მოძრაობები. ეს მოვლენა დიდი ხანია შემჩნეულია მეცნიერთა მიერ და იყო მცდელობები მისი სასარგებლო მიზნებით გამოყენებისა.

ამ მიმართულებით პირველი, ყველაზე საინტერესო შედეგები ეკუთვნის ავსტრიელ ინჟინერს და გამომგონებელს, მრავალი საოცარი დანადგარის შემქმნელს, ვიქტორ შაუბერგერს. 1952 წელს, მან, შტუტგარტის ტექნიკურ კოლეჯში, პროფესორ ფრაც პოპელთან ერთად, ჩაატარა ცდები სპირალური ფორმის არხებზე.



ნახ.5.17.1 ვ. შაუბერგერის ანტილოპას რქის ფორმის არხი.

სხვადასხვა მასალისაგან დამზადებული არხების გამოცდისას ავტორებმა აღმოაჩინეს რომ დაგრიგალეული ნაკადების გამოცდისას უკეთეს შედეგებს

იძლეოდნენ სპილენძის მილები, მაგრამ ყველაზე გასაოცარი აღმოჩნდა ის, რომ ანტილოპას რქის ფორმის არხების გამოყენებისას, გარკვეულ სიჩქარეებზე, არხების წინააღმდეგობა საგრძნობლად ეცემოდა და ზოგიერთ რეჟიმებზე უარყოფითიც კი ხდებოდა. შესაბამისად, ნაკადში ჩნდებოდა გამწოვი ეფექტი.

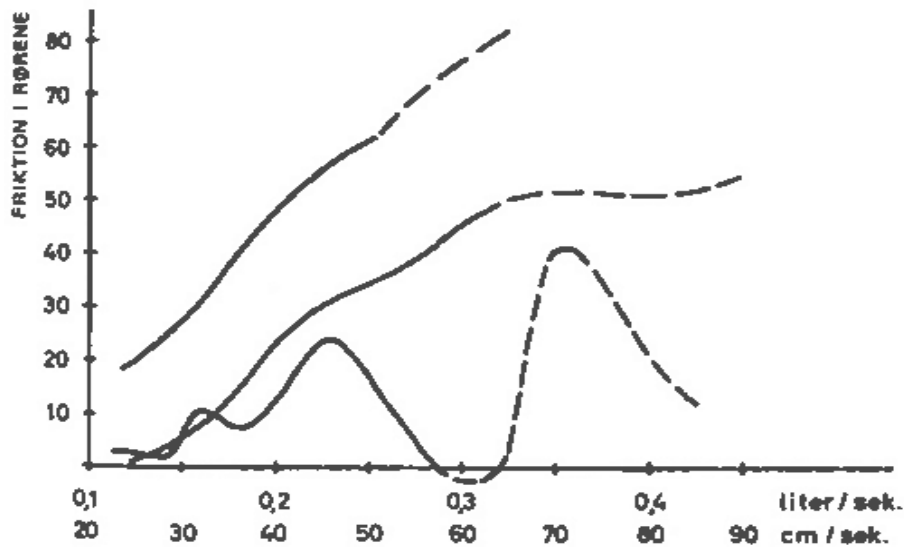


Diagram från försöken i Stuttgart. Den övre kurvan visar friktionen i ett rakt glasrör, den mellersta i ett rakt kopparrör och den undre kurvan i ett spiralrör. Hejdragen linje visar uppmätt värde, streckad linje beräknat värde.

ნახ. 5.17.2 ხახუნის ძალის დამოკიდებულება დაგრებილ არხში სითხის დინების დროს ვ. შაუბერგერის ექსპერიმენტალური გაზომვის შედეგების მიხედვით

შაუბერგერის ექსპერიმენტის შედეგი, დიაგრამის სახით, მოყვანილია (5.17.2) ნახაზზე. როგორც ვხედავთ, როდესაც ხარჯი აღწევს 0.3 ლ/წმ-ს, არხის წინააღმდეგობა უარყოფითი ხდება. მიუხედავად იმისა, რომ ეს ეფექტი საკმაოდ სუსტია და გამოუსადეგარია სითხის გადასატუმბად შესამჩნევ სიმაღლეზე, თავისთავად ეს ფაქტი ძალიან მრავლის მეტყველია. აქ პირველ რიგში გასათვალისწინებელია ის გარემოება, რომ მცირე ზომის დანადგარებში ბლანტი ხახუნის ხვედრითი წილი ძალიან მაღალია. სწორედ ამიტომ თითქმის დაუჯერებელია, როგორ მოხერხდა ლაბორატორიულ პირობებში ასეთი, თუნდაც სუსტი ეფექტის დაფიქსირება. აღნიშნული გარემოება საფუძველს იძლევა ვივარაუდოთ, რომ ისეთი დიდი ზომის სპირალურ ნაკადებში, როგორც ტორნაღოა, მსგავსი ეფექტი გაცილებით ძლიერი შეიძლება იყოს. ექსპერიმენტული

კვლევების ხსენებული შედეგი და თვითონ ტორნადოს საოცარი ენერგეტიკული მახასიათებლები ბუნებრივად ბადებს კითხვას, შეიძლება თუ არა ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი იყოს უარყოფითი.

5.18. უარყოფითი ტურბულენტური სიბლანტე და მისი არსებობის თეორიული ანალიზი

თუკი ჩავატარებთ ძიებას სამეცნიერო ლიტერატურაში, აღმოვაჩინოთ, რომ უარყოფითი ტურბულენტური სიბლანტის არსებობა დასტურდება არაერთი ცნობილი მეცნიერის ნაშრომში. ერთ-ერთი პირველი სერიოზული გამოკვლევა ამ საკითხებზე ეკუთვნის ვ. სტარს. სერიოზული გამოკვლევები იგივე საკითხებზე შესრულებულია უკრაინის მეცნიერებათა აკადემიის და ტექნიკური თბოფიზიკის ინსტიტუტის და ჩრდილოეთ კაროლინის შტატის უნივერსიტეტის, ასევე, რუსეთის ფედერაციის მეცნიერებათა აკადემიის ვ. კელდიშის სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის მეცნიერთა გამოკვლევებში. აღნიშნულ ნაშრომებში დადასტურებულია, რომ ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი, გარკვეულ რეჟიმებზე, იღებს უარყოფით მნიშვნელობებს.

ვაჩვენოთ, რა შედეგებს იძლევა, ამ საკითხებზე, ამ ნაშრომში განხილული თეორია;

(5.8.15) განტოლების თანახმად, ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი შეიძლება შემდეგნაირად გამოვსახოთ:

$$\mu_T = \frac{\overline{\phi^2 \rho (V \text{grad} V^2)}}{4D(V)^2}, \quad (5.18.1)$$

შესაბამისად, ჩვენს მიერ მიღებული ტურბულენტობის ტენზორის ამსახველი გამოსახულება (5.15.4) შეიძლება ჩაირეწოს შემდეგი ფორმით:

$$\tau_{T\Sigma} = \frac{\overline{\phi^2 \rho (V \text{grad} V^2)}}{2D(V)^2} D(V) - \frac{\overline{\rho v^2}}{3} I - \frac{2\Gamma}{V \text{grad} V^2} \tau(V, V) - \rho \tau(\theta, \theta). \quad (5.18.2)$$

როგორც ვხედავთ, როდესაც $V \text{grad} V^2 = 0$, ტურბულენტობის სიბლანტის კოეფიციენტი, ბუსინესკის გაგებით უტოლდება 0-ს. შესაბამისად, ჯამური ტურბულენტური ძაბვების პირველი მდგენელი ასევე უტოლდება 0-ს. მაგრამ, იმავდროულად, უსასრულოდ იზრდება მესამე მდგენელის გავლენა, რომელიც

დაკავშირებულია ნაკადის გასწვრივ გრძივ პულსაციებთან და მისწრაფის უსასრულობისაკენ. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ, თანახმად (5.18.2) გამოსახულებისა, უნდა გაიზარდოს განივი პულსაციების ტენზორის გავლენაც, რომელიც მანამდე უგულვებელყოფილი იყო. შესაბამისად, რეჟიმზე $V_{grad}V^2 = 0$ რადიკალურად იცვლება ძალთა ველი, რაც ძირეულად ანგრევს ნაკადის სტრუქტურას.

როგორც ჩვენ ვაჩვენეთ, თუკი ნაკადში არსებობს დისიპაცია, მასში აუცილებლად არსებობენ დამატებითი განივი პულსაციები, რაც დამატებით ამრუდებს არამარტო ელემენტალური ნაკადების ტრაექტორიას, არამედ თვითონ გასაშუალებული დინების ხაზებსაც. ტურბულენტური ძაბვების ტენზორის ანალიზი კი დამატებით გვიდასტურებს, რომ ტურბულენტურ ნაკადებში მოწესრიგებული მოძრაობები არამდგრადია.

წარმოვიდგინოთ რომ კუეცის ტურბულენტური ნაკადის დინების წირები წარმოადგენენ მარტივ კონცენტრულ წრეებს. ასეთ შემთხვევაში სიჩქარის ვექტორი მიმართული იქნება ბრუნვის რადიუსის მართობულად ხოლო $gradV^2$ მიმართული იქნება რადიუსის გასწვრივ. შესაბამისად, ამ ორი ვექტორის ნამრავლი ტოლი იქნება ნულის. მაგრამ ასეთ შემთხვევაში, (5.14.1) გამოსახულების თანახმად, ინგრევა ძალთა ველი და მოხდება ნაკადის რესტრუქტურისა, სრული, რადიკალური გარდაქმნა, ანუ ბიფურკაცია. ეს დამატებითი დასტურია იმისა, რომ ტურბულენტური დინებებისათვის უცხოა მოძრაობა ზიგზაგების გარეშე.

დავუბრუნდეთ კვლავ (2.2) პარაგრაფში წარმოდგენილი ექსპერიმენტული დაკვირვებების შედეგებს. (2.2.2) ნახაზზე წარმოდგენილი სურათებიდან ნათლად ჩანს, რომ, ჯერ კიდევ ტურბულენტური ნაკადის ჩამოყალიბებამდე, დაბალი რეინოლდსის რიცხვის დროს, ლამინალურ ნაკადებში ჩნდება არასტაციონალურობა და აშკარა ზიგზაგები ტეილორის ტოროიდალური გრიგალების სახით. ბრუნვის სიჩქარის და რეინოლდსის რიცხვის ზრდასთან ერთად ნაკადში რამდენჯერმე ხდება ბიფურკაცია და პულსაციათა ახალი ოჯახების (ახალი მთავარი სიხშირეების) გაჩენა. ეს კი მიუთითებს (5.14.1) ფორმულის მართებულობაზე, რომელიც ითვალისწინებს ასეთ ბიფურკაციებს.

ახლა კი დავუშვათ, რომ $V_{grad}V^2 < 0$. ასეთ შემთხვევაში, ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი იღებს უარყოფით მნიშვნელობას.

უარყოფითი ტურბულენტური სიბლანტე ნიშნავს უარყოფით გენერაციას ანუ გრიგალების ენერჯის გადასვლას ნაკადის ენერჯიაში.

საინტერესოა, რომ უარყოფითი მნიშვნელობის ტურბულენტური სიბლანტე შესაძლოა დაფიქსირდეს ნაკადის დამუხრუჭების დროს. მაგალითად დიფუზორში ნაკადის დამუხრუჭების დროს, ყველგან, გარდა სასაზღვრო შრისა, $V_{grad}V^2 < 0$. შესაბამისად, ნაკადის ამ ნაწილში, მიდის ტემპერატურის და წნევის აღდგენა და ამ აღდგენაში მონაწილეობს არამარტო ნაკადის კინეტიკური ენერჯია, არამედ ტურბულენტური გრიგალების ენერჯის ნაწილიც.

ამასთან ერთად, კედელთან მახლობლობაში, იმის გამო, რომ ნაკადის სიჩქარე ნულია, ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტიც მიისწრაფის ნულისაკენ, ხოლო ჯამური სიბლანტე, პირდაპირი დიფუზორის შემთხვევაში გამოდის დადებითი. შესაბამისად, მსგავს დიფუზორებში შესაძლებელია წნევის ეფექტურად აღდგენა, თუმცა წარმოუდგენელია რაიმე ტიპის გამწოვი ეფექტის არსებობა.

რაც შეეხება სპირალურ, კონუსურ და ტოროიდალურ მოძრაობებს, ისინი განეკუთვნებიან სულ სხვა ტიპის ამოცანებს და არ გამორიცხავენ მსგავსი ეფექტების არსებობას.

V თავის დასკვნები

- სკალარული პარამეტრების და ძალთა ათვლის სისტემისაგან დამოუკიდებლობის პრინციპის საფუძველზე მიღებული გამოსახულებები ტურბულენტობის კინეტიკური ენერჯის და ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტისათვის საშუალებას იძლევიან განისაზღვროს არამარტო რეგულარული ქაოსური პულსაციებით გამოწვეული ძაბვების ტენზორი, არამედ დაბალსიხშირიანი პერიოდული ფლუქტუაციებით გამოწვეული ძაბვების ტენზორიც.
- როგორც დროითი მასშტაბების სივრცეში ცვალებადობის გათვალისწინება, ისე პულსაციური პროცესების თერმოდინამიკური ანალიზი ადასტურებენ,

რომ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა კუმშვადი გარემოს ტურბულენტური ნაკადებისათვის საგრძნობლად განსხვავებულია უკუმშვადი გარემოსათვის სამართლიანი განტოლებათა სისტემისაგან. თუკი, უკუმშვად გარემოში, ხსენებული ფაქტორები, არ ახდენენ საგრძნობ გავლენას, კუმშვად გარემოში მნიშვნელოვანი ცვლილებების მოტანა შეუძლიათ ისეთ ფაქტორებს, როგორცაა სიხშირის გრადიენტები ($A = grad(\ln f)$), სიმკვრის რხევის საშუალო კვადრატული ამპლიტუდა ($\overline{a_p^2} = \overline{\rho'^2} / \overline{\rho^2}$) და კორელაცია სიმკვრივისა და სიჩქარის რხევებს შორის ($A_p = \overline{\rho'w} / \overline{\rho}$). მიუხედავად ამისა, ხსენებული ფაქტორების გათვალისწინება არამც თუ არ ართულებს ამოცანას, არამედ პირიქით. ენტროპიის წარმოების დიფერენციალური განტოლების ინტეგრება, ხსენებული ფაქტორების გათვალისწინებით, საშუალებას იძლევა, განსაზღვრული იქნას ტურბულენტობის დისიპაციის სიჩქარე, მაშინ, როდესაც, უკუმშვადი გარემოს შემთხვევაში, ამ მიზნით, საჭიროა დავეფუძნოთ კოლმოგოროვის თეორიას.

- დიფერენციალურ განტოლებათა ახალი სისტემის საფუძველზე ჩატარებული ანალიზი ადასტურებს რომ, დინების გარკვეულ რეჟიმებზე, ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი შეიძლება მიიღოს უარყოფითი მნიშვნელობა, რაც სრულ თანხვედრაშია საზღვარგარეთის წამყვანი სამეცნიერო ცენტრების მიერ გამოქვეყნებულ ნაშრომებთან. კერძოდ, თუკი ტურბულენტური ძაბვების ტენზორის გამოსახულებაში ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტს წარმოვადგენთ როგორც რეგულარული და ფლუქტუაციური რხევებით გამოწვეული ტენზორების ჯამს, დავინახავთ, რომ სპირალური და ცილინდრული მოძრაობების დროს, (როდესაც $VgradV^2 \rightarrow 0$) ტურბულენტური სიბლანტის პირველი მდგენელი მიისწრაფის ნულისაკენ. იმავდროულად, უსასრულოდ შეიძლება გაიზარდოს მეორე მდგენელის გავლენა, რამაც შეიძლება განაპირობოს უარყოფითი სიბლანტის წარმოშობაც. ეს, იმავდროულად, მიუთითებს ნაკადში მკვეთრი სტრუქტურული ცვლილებების (ბიფურკაციების) წარმოშობაზეც, რაც ექსპერიმენტულად

დადასტურებულია კუეტის ტიპის დინებებში. შესაბამისად, ტორნადოს ტიპის მოვლენებში ენერგიის ზრდის განმაპირობებელ ერთ-ერთ ფაქტორად შესაძლოა მიჩნეული იქნას ტურბულენტობის ენერგიით წარმოშობილი ლოკალური გამწოვი ეფექტი, რაც ასევე დადასტურებული იყო ვიქტორ შაუბერგერის ცდებშიც.

თავი 6. ატმოსფეროს სტიქიური ბუნებრივი მოვლენების პროგნოზირება სინოპტიკური პარამეტრების საფუძველზე საავიაციო ტრანსპორტის უსაფრთხო ფუნქციონირების მიზნით

ავიაციისათვის საშიში სტიქიური ხასიათის მქონე ატმოსფერული მოვლენების, კერძოდ კი ტორნადოს, დამანგრეველი ენერგია განპირობებული შეიძლება იყოს როგორც ტურბულენტობით, ისე ატმოსფეროში, როგორც მრავალფაზიან სისტემაში მიმდინარე ფაზური გარდაქმნებით. ამასთან ერთად, რთული თერმოდინამიკური სისტემები, რომლებიც შეიცავენ როგორც გაზისებრ, ისე თხევად და მყარ ფაზას, ხასიათდებიან ისეთი თვისებებით, რომლებიც არაა დამახასიათებელი მარტივი, ერთფაზიანი სისტემებისათვის.

აღნიშნულის დემონსტრაციის მიზნით, სამუშაოს ამ ნაწილში ნაჩვენებია, რომ, თუკი აჩქარებულ და გაუხშობულ გაზის ნაკადში შევაფრქვევთ განსხვავებული ნივთიერების სითხეს და, ამის შემდეგ, ნაკადს დავამუხრუჭებთ ისეთ დანადგარში (დიფუზორში), რომელშიც გაზი აღიდგენს წნევას, ხოლო სითხე მოასწრებს აორთქლებას, მაშინ დანადგარიდან გარემოში გამოტყორცნილ გაზს ექნება დაბალი ტემპერატურა და მაღალი კინეტიკური ენერგია, რომელიც შეგვიძლია სასარგებლო მიზნებისათვის გამოვიყენოთ.

ეს პროცესი შეიძლება მიჩნეულ იქნას როგორც ერთ-ერთი შესაძლო ახსნა ტორნადოს დამანგრეველი ენერგიისა, რომლის გამოყენებასაც შეუძლია საფუძველი ჩაუყაროს უსასრულო რესურსის მქონე ისეთ ახალ ენერგეტიკას, რომელიც გამოიყენებს გარემოს სითბოს და არ დააზიანებს ჩვენს სამყაროს.

მოყვანილია გაანგარიშება და პრინციპიალური სქემა დანადგარისა, რომელიც აგებულია ტორნადოს მოქმედების პრინციპზე.

6.1. ტორნადო, როგორც საოცარი ფენომენი

ტორნადოები განეკუთვნებიან ბუნების ექსტრემალურ მოვლენებს და, ძალიან ხშირად, ისინი თან ახლავან ტროპიკულ ციკლონებს. ციკლონების წარმოშობა მოსალოდნელია დაბალი წნევის ზონების არსებობისას, რაც წარმოქმნის ცენტრისკენულ, მბრუნავ ატმოსფერულ ნაკადებს. ამასთან ერთად, დინების წირები, ინტენსიური ბრუნვითი მოძრაობის წარმოშობის გამო, თავს იყრიან არა

ცენტრში, არამედ მისგან გარკვეულ მანძილზე, სადაც ნაკადის წრიული სიჩქარე მაქსიმალურია. ამავე არეში, უნდა მოხდეს აღმავალი ნაკადების წარმოშობა, ხოლო ციკლონების პერიფერიებზე უნდა მოხდეს ნაკადების დაღმა სვლა. იმის გამო, რომ დინების წირები თავს იყრიან ბრუნვის ცენტრიდან მოშორებით, ციკლონის ცენტრალურ ნაწილში ისადგურებს სტაბილური ატმოსფერო. (6.1.1) ნახაზზე მოგვყავს ფოტოსურათი ატმოსფერული პროცესისა, რომელიც მაჩვენებელია ციკლონის არსებობისა (ფოტო გადაღებულია ზემოდან). ატმოსფეროს ამ მოვლენას „ქარიშხლის თვალი“ ეწოდება. ციკლონები ასეულობით და ათასობით კილომეტრის ზომის არეალს იკავებენ. ტორნადოები კი (ნახ. 6.1.2) გაცილებით მცირე ზომებით ხასიათდებიან:



ნახ.6.1.1 ციკლონის ცენტრი, ე.წ. „ხარის თვალი“, ან „ქარიშხლის თვალი“



ნახ.6.1.2 ტორნადო - ღრუბლიანი ატმოსფეროს მძლავრი დაღმავალი, მბრუნავი ნაკადი

იმის დასტურად, რომ ტორნადო ბუნების ერთ-ერთი საოცარი მოვლენაა, მოგვყავს მისი განმარტება ვიკიპედიიდან:

“ტორნადო - მიწის ზედაპირამდე დაღმავალი ატმოსფერული, ხორთუმის მაგვარი, ათეულობით, ზოგჯერ ასეულობით მეტრის დიამეტრის გრიგალი, რომელიც წარმოიქმნება ღრუბლიან, ავდრიან ზეცაში. ღრუბლებიდან გრიგალის წარმოშობა განასხვავებს მას ზოგიერთი, გარეგნულად მსგავსი, მაგრამ განსხვავებული ბუნების მოვლენებისაგან, მაგალითად, მტვრის გრიგალებისაგან. ტორნადოს ყელის დიამეტრი ქვედა ნაწილში შეადგენს 300-400 მეტრს, თუმცა, როცა ტორნადო ეხება წყლის ზედაპირს, ამ სიდიდემ 20-30 მეტრი შეიძლება შეადგინოს, ხოლო მიწის ზედაპირის გასწვრივ მოძრაობისას 1.5-3 კილომეტრსაც შეიძლება მიაღწიოს. ყელის შიგნით ჰაერი ზემოთ მიემართება (აქ უნდა იგულისხმებოდეს ტორნადოს პერიფერიული ნაწილი ან ნაკადი ციკლონის ცენტრში. ავტ.). ჰაერის ჩქარი ბრუნვის პირობებში, წარმოიქმნება ძლიერი გაუხშობის არე. გაუხშობა იმდენად ძლიერია, რომ ჰაერით სავსე სხეულები, მათ შორის სახლები, ფეთქდება შიგნიდან, წარმოშობილი წნევათა სხვაობის გამო. ეს მოვლენა აძლიერებს ტორნადოსაგან გამოწვეულ ნგრევას, ართულებს მასში პარამეტრების განსაზღვრას. ტორნადოს ყელში ჰაერის მოძრაობის სიჩქარის განსაზღვრა დღემდე სერიოზულ პრობლემას წარმოადგენს. ძირითადად, ამ სიდიდის შეფასება ხდება არაპირდაპირი დაკვირვებების საფუძველზე. გრიგალის ინტენსივობისაგან დამოკიდებულებით, მასში სიჩქარე ცვალებადი ხასიათისაა. ითვლება, რომ, იგი აღემატება 18 მ/წმ და ზოგიერთი ირიბი შეფასებით, 1300 კმ/სთ შეიძლება მიაღწიოს. თვითონ ტორნადო გადაადგილდება მის წარმოშობ ღრუბლებთან ერთად. ამ მოძრაობის სიჩქარე რამდენიმე ათეულ კმ/სთ-ს (როგორც წესი 20-60 კმ/სთ) შეადგენს. დაანგარიშებულია, რომ 1 კმ. დიამეტრის, ჩვეულებრივი ტორნადოს ენერგია, საშუალო სიქარით 70 მ/წმ, უტოლდება ენერგიას ეტალონური ატომური ბომბისა, რომელიც ააფეთქეს აშშ -ში, ნიუ - მექსიკოში, 1945 წლის 16 ივლისს, „ტრინიტის“ გამოცდის დროს.“

„ჩრდილო ნახევარსფეროში, ჰაერის ბრუნვა ტორნადოებში ხდება ძირითადად საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით“.

„ტორნადოები მიწის ზედაპირზე სტაბილურად მოქმედებენ საოცრად დიდხანს. არსებობის ხანგრძლივობის თვალსაზრისით რეკორდულად ითვლება „მეტუნის ტორნადო“, რომელმაც, 1917 წლის 26 მაისს, 7 საათისა და 20 წუთის განმავლობაში გაიარა აშშ - ს ტერიტორიაზე 500 კილომეტრი (საშუალო სიჩქარე 19.3 მ/წმ) და მოკლა 110 ადამიანი¹.“

„სხვა აღსანიშნავი შემთხვევა იყო სამი შტატის ტორნადო (Tristate tornado), რომელმაც, 1925 წლის 18 მარტს მისურის, ილინოისის და ინდიანას შტატებში გაიარა 350 კილომეტრი სამსაათნახევარში. მისი ყელის დიამეტრი 800 მეტრიდან 1.6 კილომეტრამდე იცვლებოდა. ატმოსფერული გრიგალების წარმოშობისა და მდგრადობის საოცარი თავისებურებების გამო არსებობს მოსაზრება, რომ მათში არსებობს მექანიკური ენერჯის გენერაციის შიგა მექანიზმი, რაც წარმოშობს მეცნიერთა მხრიდან დიდ ინტერესს მსგავსი მოვლენებისადმი.“ სამუშაოს ამ ნაწილში ჩვენ მოგვყავს თბური და მექანიკური ენერჯების ურთიერთგარდაქმნის ასეთი მექანიზმის თერმოდინამიკური ანალიზი ისეთ პირობებში, როდესაც გვაქვს რთული თერმოდინამიკური სისტემა.

6.2. მარტივი სისტემების მისწრაფება ენტროპიის ზრდისკენ

როგორც ცნობილია, ნებისმიერი თერმოდინამიკური სისტემა ცდილობს წავიდეს ენტროპიის ზრდის მიმართულებით და თავისთავად მიმდინარე პროცესები უნდა ხასიათდებოდნენ გიბსის პოტენციალის უარყოფითი ნაზრდით. ეს კანონზომიერება მართლაც შეინიშნება პროცესთა დიდ ნაწილში. მაგრამ, როგორც აჩვენებენ ცალკეული მოვლენები, ეს წესი არ გახლავთ უნივერსალური. შესაბამისად, არც ენტროპიის პერმანენტული ზრდის პრინციპი და არც გიბსის პოტენციალის შემცირების პრინციპი არ არიან უნივერსალური. უფრო მეტიც, ზოგიერთ სისტემებში, რომლებშიც ადგილი აქვთ ფაზურ გარდაქმნებს, ეს პრინციპები საწინააღმდეგო მიმართულებითაც კი მოქმედებენ.

მიუხედავად იმისა, რომ, თერმოდინამიკურ სისტემებს აქვთ ბუნებრივი მისწრაფება ენტროპიის ზრდისაკენ, გადახრები აღნიშნული კანონზომიერებიდან ბადებს შეკითხვას- რამდენად მკმნობიარეა რთული სისტემა გარეგანი ზემოქმედებების მიმართ.

როგორც ზემოთ მოყვანილი მაგალითებიდან ჩანს, სისტემაში მიმდინარე პროცესების მიმართულება შესაძლოა რადიკალურად შეიცვალოს მცირე გარე ზემოქმედებით. მცირე შეშფოთებები, ფლუქტუაციები და კატალიზატორები, ზოგიერთ შემთხვევაში, შესაძლოა გახდეს მიზეზი იმისა, რომ სრულად დაირღვეს ის სცენარი, საითაც გვიბიძგებენ გიბსის პოტენციალი და ენტროპიის ზრდის პრინციპი. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ, სისტემაში მიმდინარე პროცესებზე გადამწყვეტ გავლენას ახდენს არამარტო მისი შინაგანი მისწრაფება, არამედ გარეგანი ზემოქმედებები. როგორც ცნობილია, მარტივ, ერთფაზიან სისტემებში ენტროპია წარმოადგენს მდგომარეობის პარამეტრების ფუნქციას. შესაბამისად, წონასწორული სისტემებისათვის ადგილი აქვს ფუნქციონალურ დამოკიდებულებას

$$s = f(p, T). \tag{6.2.1}$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ, ნივთიერების მდგომარეობის პარამეტრები ცალსახად განსაზღვრავენ ენტროპიას.

თუკი ერთკომპონენტური სისტემა არაწონასწორულია და სივრცის სხვადასხვა წერტილებში გვაქვს სხვადასხვა წნევები და ტემპერატურები, მაშინ სისტემის შიგნით წარიმართება ისეთი პროცესები, რომლებსაც მივყავართ მხოლოდ და მხოლოდ ენტროპიის ზრდისაკენ. ამიტომ, ასეთი სისტემებისათვის სამართლიანია პირობა

$$Tds \geq dq_s. \tag{6.2.2}$$

ამგვარად, ერთკომპონენტური მარტივი სისტემების ენტროპია არის ცალსახა კავშირში მდგომარეობის პარამეტრებთან და, ამავე დროს, იგი ჯიუტად მიისწრაფის ზრდისაკენ.

6.3. რთული სისტემების ენტროპიის არაცალსახობა და მგრძნობიარობა

ფლუქტუაციების ან გარე შეშფოთებების მიმართ

ენტროპიის ზემოთ აღნიშნული თვისებები რადიკალურად იცვლება, თუკი ჩვენ გვაქვს მრავალკომპონენტური, რთული სისტემები, რომელშიც

განთავსებულია სხვადასხვა ნივთიერებები ცვლადი $c_1, c_2 \dots c_n$ კონცენტრაციებით. ასეთ შემთხვევაში, სისტემის ენტროპია განისაზღვრება ფორმულით:

$$s_{\Sigma} = \sum_{i=1, n} s_i c_i, \quad (6.3.1)$$

ანუ, ენტროპია ხდება ფუნქციამრავალი პარამეტრისა:

$$s_{\Sigma} = f(p, T, c_1, c_2 \dots c_n). \quad (6.3.2)$$

აღნიშნული გამოსახულება სრულიად ცვლის ენტროპიის ზემოთ აღნიშნულ ორ თვისებას იმის გამო, რომ, რთულ სისტემებში შემავალი ნივთიერებების კონცენტრაციები, ქიმიური რეაქციების (ან ფაზური გარდაქმნების) თავისებურებათა გამო, არ არიან მკაცრ, ცალსახა კავშირში მდგომარეობის თერმოდინამიკურ პარამეტრებთან და ისინი მგრძნობიარენი არიან ფლუქტუაციების და გარე შემფოთებების მიმართ.

ჩვენ ვიცით, რომ სითხის ტემპერატურის და წნევის გარკვეულ მნიშვნელობაზე იწყება მისი დუღილი, ანუ ინტენსიური ორთქლადქცევა, მაგრამ, ამავე დროს, ცნობილია, რომ, ორთქლადქცევა და კონდენსაცია ხდება სხვა ტემპერატურებზეც. ღია ჭურჭელში მოთავსებულ წყალს შეუძლია აორთქლდეს მთლიანად, ჩვეულებრივ ატმოსფერულ პირობებში. ეს დასტურია იმისა, რომ ფაზური გარდაქმნები არ წარმოადგენს წნევის და ტემპერატურის მკაცრ ფუნქციას. სითხის დუღილის პარამეტრები მიუთითებენ იმ მდგომარეობაზე, როდესაც ფაზური გარდაქმნა აუცილებლად მოხდება, რაც არ გამოორიცხავს ფაზურ გარდაქმნებს სხვა პირობებშიც. ამის მიზეზი კი გახლავთ ფლუქტუაციები მოლეკულურ ქაოსში. დაბალი ტემპერატურის პირობებშიც კი მოლეკულათა გარკვეულ ნაწილს აქვს საკმარისი ენერჯია იმისათვის, რომ მოწყდეს საკუთარ სითხეს.

ფლუქტუაციების როლი განსაკუთრებით ცხადი ხდება ქიმიური რეაქციების შემთხვევაში. განვიხილოთ ჰაერისა და საწვავის ნარევის მარტივი მაგალითი. ასეთ ნარევებსაც, ფაზური გარდაქმნის ანალოგიურად, გააჩნიათ თვითაალების კრიტიკული პარამეტრები, როდესაც ისინი უსათუოდ ააღდებიან, მაგრამ ეს სულაც არ გამოორიცხავს აალებას სხვა პირობებში. დავუშვათ საწვავის და ჰაერის

ნარევი იკუმშება. წნევისა და ტემპერატურის გარკვეულ ინტერვალში ნივთიერებათა კონცენტრაცია უცვლელია. მაგრამ, გარკვეულ წნევაზე და ტემპერატურაზე, რომელსაც თვითაალების ტემპერატურა ეწოდება, ნარევი აალებს და კონცენტრაციები შეიცვლება. ამასთან ერთად, საწვავ ნარევის ახასიათებს არამდგრადობა შემფოთებების მიმართ და ის შეიძლება აალებს გაცილებით ადრეც, თუკი სისტემაში მოხდა რაღაც ფლუქტუაცია ან თუკი მას გარედან მიეწოდება მცირე შემფოთება (ნაპერწკალი). ნაპერწკლის ზემოქმედებით ქიმიური რეაქციები და კონცენტრაციების ცვლილება შეიძლება დაიწყოს ნებისმიერ ტემპერატურაზე. მაგალითისათვის, ცნობილია, რომ შიგა წვის ძრავებში ნაპერწკლის მიწოდების ხელოვნური რეგულირებით, მკვეთრად იცვლება პროცესის ხასიათი და პარამეტრების ცვალებადობა. ამასთან ერთად, ნაპერწკლის ენერგია იმდენად მცირეა მიმდინარე პროცესის ენერგეტიკულ მახასიათებლებთან შედარებით, რომ ამ ენერგიას არც კი განიხილავენ საერთო ენერგეტიკულ ბალანსში.

მოყვანილი მსჯელობიდან გამომდინარეობს დასკვნა, რომ ქიმიური რეაქციების და ფაზური გარდაქმნების მიმდინარეობაზე ცალკეულ შემთხვევებში, ძლიერად ზემოქმედებენ გარე შემფოთებები, რის გამოც, არ არსებობს მკაცრი, ცალსახა კავშირი კონცენტრაციებსა და მდგომარეობის პარამეტრებს შორის. ამგვარად, **რთული სისტემების ენტროპია წარმოადგენს მდგომარეობის პარამეტრების არაცალსახა ფუნქციას.**

თუკი მარტივი სისტემის შიგნით წნევები და ტემპერატურები სივრცეში არათანაბრადაა განაწილებული, ანუ სისტემა არაწონასწორულია (ან არაჰომოგენურია), მაშინ მასში აღიმკვრება ისეთი პროცესები, რომლებსაც მიყვავართ მხოლოდ და მხოლოდ წონასწორობის აღდგენისაკენ და ენტროპიის ზრდისაკენ.

ენტროპიაზე იგივე ზეგავლენას არ ახდენს კონცენტრაციების ცვალებადობა სივრცეში. თუკი სისტემაში წნევები და ტემპერატურები ერთნაირია, მაგრამ სივრცეში ნივთიერებათა კონცენტრაცია არათანაბარია, (არაჰომოგენური სისტემა) ასეთი სისტემა შეიძლება არსებობდეს ამ მდგომარეობაში ნებისმიერად დიდხანს.

ეს კიდევ ერთხელ მიუთითებს ნივთიერებათა კონცენტრაციის დიდ ავტონომიურობაზე.

განვიხილოთ რთული სისტემის ენტროპიის ნაზრდი:

$$Td\bar{s} = \sum_{i=1,n} c_i T ds_i + \sum_{i=1,n} T s_i dc_i, \quad (6.3.3)$$

გავითვალისწინოთ, რომ:

$$c_i T ds_i = c_i dh_i - c_i v_i dP = d(c_i h_i) - h_i dc_i - c_i v_i dP, \quad (6.3.4)$$

შესაბამისად:

$$\begin{aligned} Td\bar{s} &= \sum_{i=1,n} c_i dh_i - \sum_{i=1,n} c_i v_i dP + \sum_{i=1,n} T s_i dc_i = \\ &= d\bar{h} - \bar{v}dP - \sum_{i=1,n} h_i dc_i + \sum_{i=1,n} T s_i dc_i, \end{aligned} \quad (6.3.5)$$

$$Td\bar{s} = d\bar{h} - \bar{v}dP - \sum_{i=1,n} g_i dc_i, \quad (6.3.6)$$

შესაბამისად, თუკი გავითვალისწინებთ, რომ სისტემაში არსებობს დისიპაციური პროცესები, თერმოდინამიკის მეორე კანონის გამოსახულებას, მარჯვენა ნაწილში, დაემატება დადებითი წევრი და იგი მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} Td\bar{s} &= d\bar{h} - \bar{v}dP + \delta q_D - \sum_{i=1,n} g_i dc_i = \\ &= \delta q_s + \delta q_D - \sum_{i=1,n} g_i dc_i. \end{aligned} \quad (6.3.7)$$

აღნიშნული გამოსახულებიდან კი გამომდინარეობს, რომ, რთული თბოიზოლირებული სისტემებისათვის სამართლიანია პირობა:

$$Td\bar{s} = \delta q_D - \sum_{i=1,n} g_i dc_i. \quad (6.3.8)$$

აღნიშნული გამოსახულების თანახმად, თუკი სისტემაში არ მიმდინარეობს ნივთიერებათა გარდაქმნა, ან თუ არ გვაქვს სითბოს აკუმულაციის ერთზე მეტი მექანიზმი, განტოლების ბოლო ნაწილი ნულის ტოლია და ენტროპიის ნაზრდი იქნება მუდამ დადებითი. მაგრამ, თუკი ადგილი აქვს შინაგან გარდაქმნებს, სიტუაცია რადიკალურად იცვლება. იმის გამო, რომ ბუნებაში ნივთიერებათა გარდაქმნები მიდიან როგორც ერთი, ისე მეორე მიმართულებით, ასეთ სისტემაში შესაძლებელია, როგორც ენტროპიის მატება, ისე კლებაც. ამასთან ერთად, თუკი გავითვალისწინებთ ასეთი გარდაქმნების მგრძობიარობას გარედან მცირე შეშფოთებათა მიმართ, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ რთული სისტემის ენტროპია მგრძობიარეა გარე შეშფოთებების მიმართ და ასეთი ზემოქმედებებით იგი შეიძლება წავიდეს როგორც ზრდის, ასევე კლების მიმართულებით. ეს კი საფუძვლიანად ანგრევს ენტროპიის პერმანენტული ზრდის პრინციპს ანუ, თერმოდინამიკის საყოველთაოდ აღიარებულ მეორე კანონს.

მოდით, ჩავუღრმავდეთ მიზეზებს ასეთი ვითარებისა.

ჩვენ ვიცით, რომ ფენომენოლოგიური სხეულებისათვის მუდმივია მისწრაფება წონასწორობისაკენ, რასაც მოსდევს ენტროპიის განუზრელი ზრდა. მეორეს მხრივ, მოლეკულათა ერთობლიობას, განსხვავებით ფენომენოლოგიურ სხეულთა ერთობლიობისაგან, არ ახასიათებს მისწრაფება წონასწორობისაკენ. მოლეკულათა ენერგიებს შორის უთანასწორობა მარადიულია.

შესაბამისად, როდესაც პროცესები ფენომენოლოგიურ სისტემაში მიდიან მოლეკულური მოვლენებისაგან დამოუკიდებლად, ძალაშია ენტროპიის ზრდის პრინციპი. მაგრამ რა ხდება მაშინ, როდესაც მოლეკულური გარდაქმნები ახდენენ ზეგავლენას ფენომენოლოგიურ პარამეტრებზე? - როგორც დავინახეთ, ეს ზემოქმედება იმდენად ძლიერია, რომ, მასთან შედარებით, სიბლანტე და დისიპაციური პროცესები უმნიშვნელოა. შესაბამისად, ასეთ გარდაქმნებს შეუძლია განაახლოს სისტემა და დაანგრის ძლევაშეიძლება თერმოდინამიკის მეორე კანონი.

ამგვარად, მიკროსამყარო, ისევე, როგორც მაკროსამყარო, სრულიად შემთხვევით, ან გონიერი არსების წინასწარგანზრახვით, არის საფუძველი თერმოდინამიკურ სისტემათა პერიოდული განახლებისა, ანუ სიცოცხლისა და მუდმივი მოძრაობისა.

იმის გამო, რომ რთული სისტემები მგრძობიარენი არიან გარე ზემოქმედების მიმართ, ისინი უკეთესად მართვადი ხდებიან. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, შიგა წვის ძრავებში, ნაპერწკლის მიწოდების დროის შერჩევით, ადამიანს შეუძლია ზეგავლენა მოახდინოს ქიმიური რეაქციების წარმართვაზე და კონცენტრაციის ცვლილებებზე. როდესაც გაზი ფართოვდება და გვაქვს წვის პროდუქტების მაქსიმალური კონცენტრაცია, სარქველების გაღებით ხდება სისტემაში ახალი ნარევის შეშვება და გაზების კონცენტრაციის რადიკალური შეცვლა. როგორც ნაპერწკლის მიწოდებაზე, ისე გაზის გამოცვლაზე, დანაკარგები უმნიშვნელოა და თეორიულად ის ნულს შეიძლება მიუახლოვდეს, თუკი შევამცირებთ სიბლანტეს და ხახუნს.

ამგვარად, სისტემაში ნივთიერებათა კონცენტრაციის ცვლილებაზე ენერგეტიკული დანახარჯები საერთო ენერგეტიკულ ბალანსში ძალიან მცირე შეიძლება იყოს. ამასთან, პრაქტიკულად ნულოვანი ენერგეტიკული დანახარჯებით, თერმოდინამიკურ სისტემაში ადამიანის ხელოვნური ჩარევით შესაძლოა დამყარდეს ცალსახა კავშირი კონცენტრაციებსა და მდგომარეობის პარამეტრებს შორის. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ, შეიძლება არსებობდეს ხელოვნური, ან მართვადი ფუნქციონალური კავშირი კონცენტრაციებსა და მდგომარეობის პარამეტრებს შორის:

$$c_i = A_i(P, T). \quad (6.3.9)$$

ასეთ შემთხვევაში, კონცენტრაციები და, შესაბამისად, ჯამური ენტროპიაც ხდებიან მდგომარეობის პარამეტრების ფუნქციები და, ციკლურ პროცესებში, მათი საწყისი და საბოლოო მნიშვნელობები ერთნაირია.

განვიხილოთ ასეთი რთული სისტემის ენტროპიის ნაზრდის საშუალო მნიშვნელობა:

$$\begin{aligned}
T\bar{ds} &= \sum_{i=1,n} c_i T ds_i = \sum_{i=1,n} c_i dh_i - \sum_{i=1,n} c_i v_i dP = \\
&= d\bar{h} - \bar{v}dP - \sum_{i=1,n} h_i dc_i = \delta q_s - \sum_{i=1,n} h_i dc_i,
\end{aligned} \tag{6.3.10}$$

უკანასკნელი გამოსახულება შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$T\bar{ds} = \bar{c}_p dT - \bar{v}dP + Td\bar{c}_p - \sum_{i=1,n} h_i dc_i. \tag{6.3.11}$$

სადაც $\bar{c}_{p_i} = \bar{h}/T$ წარმოადგენს სისტემის საშუალო იზობარულ სითბოტევადობას. ზოგად შემთხვევაში, იგი წარმოადგენს თერმოდინამიკური პარამეტრების და ნივთიერებათა კონცენტრაციების ფუნქციას:

$$d\bar{c}_{p_i} = \frac{\partial c_p}{\partial T_{p,c}} dT + \frac{\partial c_p}{\partial P_{T,c}} dP + \frac{\partial c_p}{\partial c_{T,P}} dc. \tag{6.3.12}$$

ამასთან, სისტემის საშუალო სითბოტევადობის ცვლილება ნივთიერებათა კონცენტრაციის ცვლილების გამო განისაზღვრება პირობით:

$$\frac{\partial c_p}{\partial c_{T,P}} dc = \sum_{i=1,n} c_{p_i} dc_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1,n} h_i dc_i. \tag{6.3.13}$$

ამიტომ, სისტემის ენტროპიის კავშირი თერმოდინამიკური მდგომარეობის პარამეტრებთან განისაზღვრება განტოლებით:

$$T\bar{ds} = \left(\frac{\bar{h}}{T} + T \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial T} \right) dT - \left(\bar{v} - T \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial P} \right) dP. \tag{6.3.14}$$

აქ ხაზგასმით უნდა აღინიშნოს, რომ, აღნიშნული სახით განსაზღვრული ენტროპია განსხვავდება სისტემის კლასიკური საშუალო ენტროპიისაგან, ვინაიდან $\bar{ds} \neq d\bar{s}$ შესაბამისად, აქ საუბარია მდგომარეობის განსხვავებულ თერმოდინამიკურ პარამეტრზე. იმის გამო, რომ, ასეთ შემთხვევაში, ენტროპია ხდება მხოლოდ თერმოდინამიკური პარამეტრების ფუნქცია, მას თერმოდინამიკური ენტროპია შეიძლება ეწოდოს:

$$Tds_T = \left(\frac{\bar{h}}{T} + T \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial T} \right) dT - \left(\bar{v} - T \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial P} \right) dP = \delta q_s - \sum_{i=1,n} h_i dc_i. \tag{6.3.15}$$

თერმოდინამიკური ენტროპია, რომელიც განისაზღვრება უკანასკნელი ფორმულით, საინტერესოა იმით, რომ იგი პირდაპირ აკავშირებს წნევის და

ტემპერატურის ცვალებადობას გარედან მიწოდებულ სითბოსთან და შინაგანი გარდაქმნების და ქიმიური რეაქციების დროს ენტალპიის ცვალებადობასთან. ისეთ ვითარებაში, როდესაც კონცენტრაციების ცვლილებას აქვს ციკლური ხასიათი, უკანასკნელი განტოლების ჩაკეტილ კონტურზე ინტეგრებისას განტოლების უკანასკნელი წევრი ქრება და (45) განტოლებიდან ვღებულობთ

$$\oint T ds_T = \oint \delta q_s = l. \quad (6.3.16)$$

ამგვარად, ციკლური პროცესების $T - S_T$ დიაგრამის ფართი გამოსახავს ციკლის მუშაობას. ამიტომ, თერმოდინამიკური ენტროპია მოსახერხებელია გამოსაყენებლად, როდესაც ხდება თბური მანქანების ანგარიში. ამასთან, როგორც აღვნიშნეთ, ეს პარამეტრი არ შეესაბამება სისტემის სრულ ენტროპიას.

6.4. სისტემის სრული ენტროპიის მუდმივობა ფაზური გარდაქმნების დროს საინტერესოა, რომ ფაზური გარდაქმნების დროს ქიმიური პოტენციალი არ იცვლება. მაგალითად, სითხის დუდილის დროს, როდესაც ვიხილავთ ორკომპონენტურ სისტემას:

$$\sum_{i=1,n} \mu_i dn_i = \sum_{i=1,2} (h_i - Ts_i) dc_i = [(h'' - h') - T(s'' - s')] dc = 0, \quad (6.4.1)$$

შესაბამისად, (6.3.14) განტოლება გვაძლევს:

$$T d\bar{s} = \delta q_s. \quad (6.4.2)$$

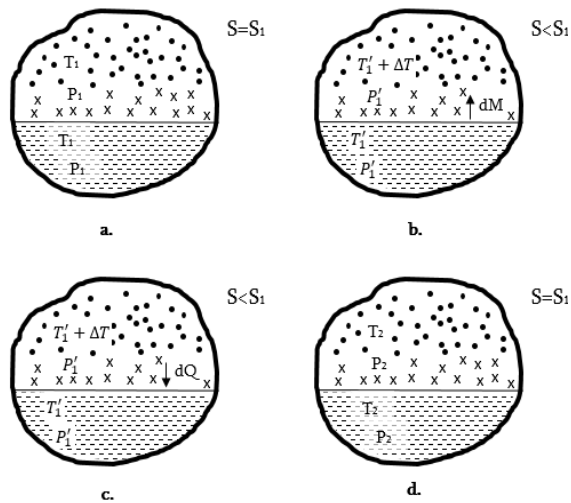
ამგვარად, იმ სისტემებში, რომლებშიც მიმდინარეობს ფაზური გარდაქმნები, ჯამური ენტროპია დამოკიდებულია მხოლოდ გარედან მიწოდებულ სითბოზე და არაა დამოკიდებული ნივთიერებათა კონცენტრაციაზე. (ფაზური გარდაქმნების სითბურ ენერგიებთან შედარებით დისიპაციური პროცესების სითბოს არ ვითვალისწინებთ).

შესაბამისად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ, იზოლირებულ, წონასწორულ სისტემებში ფაზურ გარდაქმნებს არ მოსდევს სისტემის ჯამური ენტროპიის ზრდა. ანუ, ფაზური გარდაქმნების დროს, ერთ-ერთი ფაზის ენტროპიის ზრდას მოჰყვება მეორე ფაზის ენტროპიის ისეთი შემცირება, რაც არ გამოიწვევს ჯამური ენტროპიის

ცვლილებას. შესაბამისად, თბოიზოლირებული წონასწორული სისტემისათვის სამართლიანია პირობა:

$$Td\bar{s} = 0. \quad (6.4.3)$$

ეს კი იმას ნიშნავს, რომ, თუკი ფაზური გარდაქმნები წარიმართა თერმოდინამიკური წონასწორობის დარღვევით, სისტემის ჯამური ენტროპია შემცირდება. თერმოდინამიკური პარამეტრების გათანაბრება და წონასწორობის აღდგენა კი გამოიწვევს ენტროპიის გაზრდას და სისტემის საბოლოო ენტროპია გაუტოლდება საწყისს.



ნახ.6.4.1. ენტროპიის ცვალებადობა არაწონასწორული ფაზური გარდაქმნებისას იზოლირებულსისტემაში

ნათქვამის დემონსტრაციისათვის განვიხილოთ თბოიზოლირებული სისტემა, რომელშიც, ერთნაირი T_1, P_1 ტემპერატურის და წნევის პირობებში, გვაქვს წყალი, წყლის ორთქლი და ჰაერი. აღნიშნულ სისტემაში წყლის თანდათანობითი აორთქლების პროცესი, თერმოდინამიკური წონასწორობის პირობებში, მოხდება ენტროპიის ცვლილების გარეშე.

ახლა კი წარმოვიდგინოთ, რომ, აორთქლების პროცესი მიდის წონასწორობის დარღვევით. ვთქვათ, დროის რაღაც ინტერვალში აორთქლდა dm რაოდენობის

სითხე მაშინ, სითხის ტემპერატურა შემცირდება, ხოლო გაზისა მოიმატებს, ანუ დაირღვევა თერმომექანიკური წონასწორობა. მოდით, დავუშვათ, რომ უცნობია ამ პროცესში, რა მოსდევს ჯამურ ენტროპიას. წონასწორობის დარღვევის გამო, შემდგომ ეტაპზე, აღიძრება სითხური ნაკადი dQ გაზიდან სითხისაკენ. როგორც ცნობილია, სითხოს გადანაწილების პროცესში სისტემის ენტროპია ყოველთვის იზრდება. მაგრამ, როდესაც სისტემაში დაისადგურებს ახალი თერმომექანიკური წონასწორობა თერმოდინამიკური პარამეტრებით T_2, P_2 სისტემის ჯამური ენტროპია, კვლავ იგივე უნდა იყოს, რაც გვექონდა დასაწყისში. ეს იმას კი იმას ნიშნავს, რომ, თუკი თბოცვლის პროცესში ენტროპია გაიზარდა, ფაზური გარდაქმნების პროცესში უნდა მომხდარიყო სისტემის ენტროპიის შემცირება. ანალოგიურად შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ, არაწონასწორული კონდენსაციის პროცესის დროსაც, სისტემის ჯამური ენტროპია მცირდება.

ამგვარად, ფაზურ გარდაქმნებს წონასწორულ სისტემაში არ მოსდევს ენტროპიის ზრდა, ხოლო არაწონასწორულ სისტემაში ენტროპია მცირდება.

ეს გარემოება საშუალებას იძლევა დავასკვნათ, რომ თბოიზოლირებულ სისტემაში ფაზური გარდაქმნებისათვის სამართლიანია პირობა:

$$Tds \leq 0. \tag{6.4.4}$$

სადაც $\overline{c_{pi}} = \bar{h}/T$ წარმოადგენს სისტემის საშუალო იზობარულ სითბოტევადობას. ზოგად შემთხვევაში, იგი წარმოადგენს თერმოდინამიკური პარამეტრების და ნივთიერებათა კონცენტრაციების ფუნქციას რომელიც რადიკალურად ეწინააღმდეგება თერმოდინამიკის მეორე კანონის განტოლებას.

ფაზური გარდაქმნების ეს საოცარი თვისება არის ერთე-ერთი საფუძველი სრულიად ახალი ტექნოლოგიისა, რომელიც ხშირად შეინიშნება ჩვენი პლანეტის ატმოსფეროში.

ეს პროცესი გახლავთ საიდუმლო ტორნადოს დამანგრეველი ენერჯისა, რომლის გამოყენებაც საფუძველს უქმნის უსასრულო რესურსის მქონე ისეთ ახალ ენერგეტიკას, რომელიც გამოიყენებს გარემოს სითხოს და არ დააზიანებს ჩვენს სამყაროს.

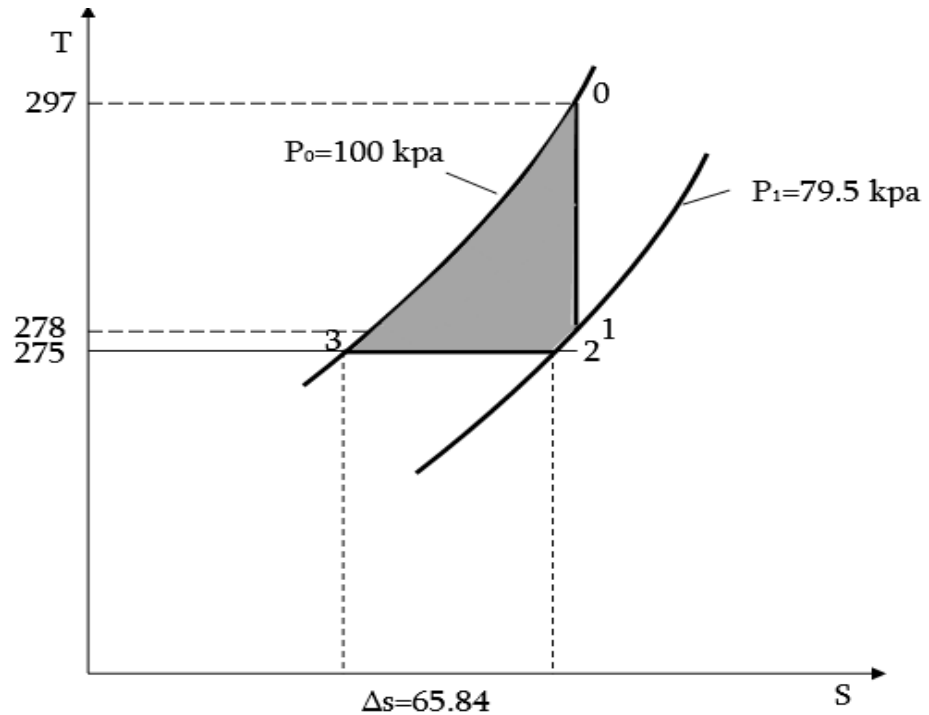
მოყვანილია გაანგარიშება და პრინციპიალური სქემა დანადგარისა, რომელიც აგებულია ტორნადოს მოქმედების პრინციპზე.

6.5. კლასიკური ტორნადო, როგორც ღრუბლიანი ატმოსფეროს თანმდევი მოვლენა

კარნოს თეორიის თანახმად, თერმოდინამიკურ სისტემაში თბური ენერგიიდან მექანიკურ ენერგიად შეიძლება გარდაიქმნას ამ ენერგიის $\Delta T / T_{\max}$ ნაწილი. დედამიწის ატმოსფეროსათვის სისტემის მაქსიმალური ტემპერატურაა $T_{\max} \approx 300 K$, ხოლო მაქსიმალური სხვაობა ტორნადოს წარმოშობაში მონაწილე ჰაერის ფენების ტემპერატურებს შორის არ აღემატება 10-20 გრადუსს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ატმოსფეროში თბური ენერგიის მექანიკურ ენერგიად გარდაქმნის ეფექტურობა ძალიან დაბალია. მოდით დავაკვირდეთ ტორნადოს ენერგიას. ჩვენ ვერ ავხსნით ტორნადოს სიჩქარეს მარტივი გრავიტაციული თეორიით. იმისათვის, რომ ძალიან მაღალმა ვერტიკალურმა გამწოვმა მილმა განავითაროს ტორნადოს მსგავსი, კოლოსალური სიჩქარეები, მილის დასაწყისში ჩვენ უნდა შევუშვათ რამდენიმე ასეული გრადუსით მაღალი ტემპერატურის აირი. მაგრამ, როგორ შეიძლება მივიღოთ ასეთი გამწოვი ეფექტი 10-20 გრადუსიანი ტემპერატურული სხვაობის პირობებში? იმ შემთხვევაშიც კი, როცა გათვალისწინებულია მბრუნავი ნაკადი და დიფუზორის ეფექტი, 100 მ/წმ და მეტი სიჩქარეები ტორნადოში შეიძლება დაფიქსირდეს, თუკი ატმოსფერულ წნევათა გადახრა ძალიან დიდია, რაც ბუნებაში არ შეინიშნება. აშკარაა, ტორნადოში აღგილი აქვს ისეთ პროცესებს, რაც კითხვის ნიშნის ქვეშ აყენებს კარნოს თეორიის მართებულობას.

ვიდრე საკითხის შემდგომ განხილვაზე გადავიდოდეთ, მოდით დავსვათ შეკითხვა. რატომაა რომ ტორნადო მხოლოდ ღრუბლებში იბადება და იგი არ ჩნდება მოწმენდილ ცაზე, ქარის ნებისმიერი სიმძლავრის პირობებში? ხომ არაა დაკავშირებული ეს ფენომენი ჰაერში მიმდინარე ფაზურ გარდაქმნებთან?

ქვემოთ ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ, მართლაც, ჰაერში მიმდინარე ფაზური გარდაქმნები შესაძლოა იყოს საფუძველი ისეთი პროცესებისა, რომლებიც გარემოს სითბური ენერგიიდან საკმაოდ დიდ მექანიკურ ენერგიას გამოყოფენ.

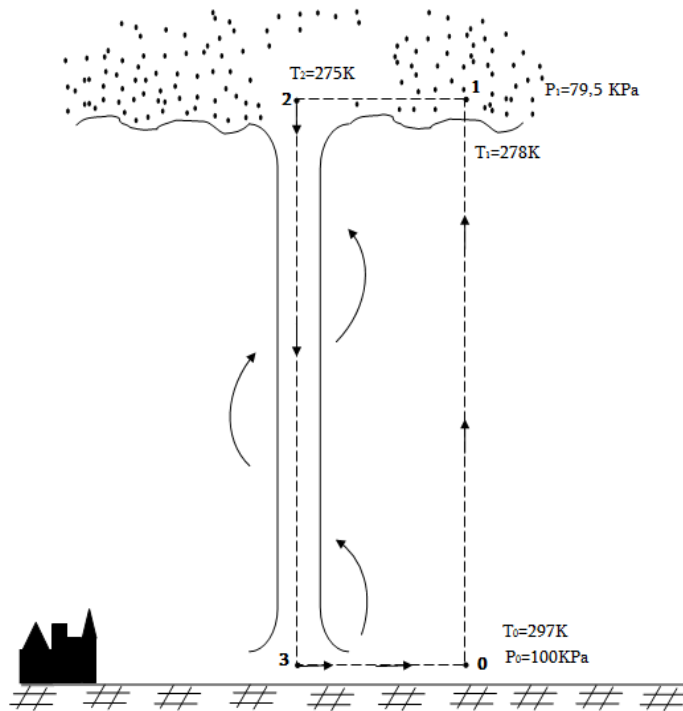


ნახ.6.5.1 ტორნადოში მიმდინარე პროცესების თეორიული ციკლი

ამ მიზნით, მოდით, განვიხილოთ ტორნადოში მიმდინარე პროცესების თერმოდინამიკა ჰაერის $T-s$ დიაგრამაზე (ნახ.6.5.1) და ტორნადოს პრინციპულ სქემაზე (ნახ.6.5.2). 2000 მეტრის სიმაღლეზე ღრუბლიანი ატმოსფეროს ტემპერატურა 0-2 გრადუსის მახლობლობაშია. ხოლო წნევა 79.5 კილოპასკალს შეადგენს (წერტილი 2). ძლიერი ღრუბლიანობის დროს, ღრუბელში, ჩვენ გვაქვს ჰაერის, წყლის ორთქლის და წვრილდისპერსიული შეწონილი წყლის (ნისლის) ნარევი. აქვე შეიძლება არსებობდეს წყლის მყარი ფაზა ყინულის ნატეხების და ფიფქის სახით. ამასთან ერთად, ჰარში ორთქლის კონცენტრაცია არაა მაქსიმალური (არ გვაქვს ნაჯერი ტენიანი ჰაერი). როგორც ცნობილია, ტორნადოს ზედა კონუსური ნაწილის ქვემოთ, იწყება საკმაოდ გრძელი, ვერტიკალური დადმავალი ნაკადი, რომლის დიამეტრი მთელ სიმაღლეზე პრაქტიკულად ერთნაირია (2-3 ვერტიკალური მონაკვეთი, (ნახ.6.5.2). ეს იმას ნიშნავს, რომ, ნაკადის ამ ნაწილში, სიჩქარე პრაქტიკულად ერთნაირია. ამიტომ, მოძრაობის განტოლება გვაძლევს:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -g\rho. \quad (6.5.1)$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ, ისევე როგორც დამდგარ ატმოსფეროში, ტორნადოში, მოძრავი ნაკადის შიგნითაც, სიმაღლის კლებასთან ერთად, წნევა მატულობს. ნაკადის ქვემოთ მოძრაობას და ჰაერის კუმშვას უნდა მოჰყვეს ტემპერატურის მატება, მაგრამ, როგორც კი ჰაერის ტემპერატურა ოდნავ მოიმატებს, მაშინვე აღიძვრება სითბური ნაკადები წყლის შეწონილი წვეთებისა და მყარი წყლის ნაწილაკებისაკენ. ეს სითბო იწვევს ნისლის წვეთების აორთქლებას და ყინულის ნატეხების ნაწილობრივ დნობას.



ნახ.6.5.2 ტორნადოს პრინციპული სქემა

აღნიშნულის გამო, წნევის მატების პარალელურად, ადგილი ვერ ექნება ტემპერატურის შესამჩნევ მატებას. ამგვარად, ორ და სამფაზიანი სისტემის პირობებში, გაზის კუმშვის პროცესი პრაქტიკულად იზოთერმულ ხასიათს იძენს. იზოთერმული კუმშვის პროცესს, $T - s$ კოორდინატებში 2-3 მრუდის სახე აქვს. როდესაც წნევა მიწის ზედაპირთან მიაღწევს 1 ატმოსფეროს, ჰაერის ენტროპია 65.8 j/kgK სიდიდით შემცირდება (წერტილი 3). მიწის ზედაპირზე ჩამოსვლისას ჰაერის ნაკადის ცივი მასები შეერევა შედარებით თბილ ზედაპირულ მასებს და

გათბება (პროცესი 3-0), შესაბამისად, ნაცვლად ცივი მასებისა, ზემოთ მიემართება 297 გრადუსის მქონე მასები (წერტილი 0). ჰაერის ვერტიკალური მიმართულებით მოძრაობისას, წნევის ვარდნას თან ახლავს ტემპერატურის ვარდნა 278 გრადუსამდე (პროცესი 0-1). როდესაც აღმავალი ჰაერი მიაღწევს ღრუბლებამდე, იგი შეერევა შედარებით ცივ მასას და მისი ტემპერატურა დამატებით დაეცემა (პროცესი 1-2). შესაბამისად, კვლავ მივიღებთ ჰაერისა და წყლის სხვადასხვა ფაზის ნარევის 275 გრადუსი ტემპერატურით.

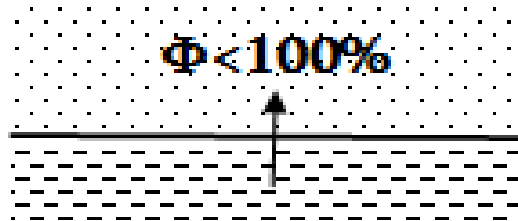
ამგვარად, ქვემოთ და ზემოთ ცირკულაციური მოძრაობისას, ჰაერში სრულდება თერმოდინამიკური ციკლი, რომლის ფართიც, როგორც $T-s$ დიაგრამიდან ჩანს, შეესაბამება თბური ძრავას ციკლს. ჩვენს კონკრეტულ შემთხვევაში, ერთი კილოგრამი ჰაერი, ერთი ასეთი ციკლის შესრულებისას, გამოიმუშავებს 744 ჯოულ ენერგიას. თუკი ასეთი ციკლის ვერტიკალურ ნაწილში ნაკადის საშუალო სიჩქარე 40 მ/წმ-მდე აღწევს და თუკი ტორნადოს ვერტიკალური სვეტის დიამეტრი შეადგენს 100 მეტრს, ასეთი ტორნადოდან წამში ძირს ეშვება 384 000 კილოგრამი ჰაერი, ხოლო ტორნადოს მიერ გამოიმუშავებული სიმძლავრე 285.2 მეგავატს შეადგენს. ასეთი სიმძლავრე კი სრულიად საკმარისია საშუალო ზომის ქალაქის მოსამარაგებლად ელექტრული ენერგიით. აღნიშნული პარამეტრების მქონე ტორნადოს მოქმედება 1-2 სათის განმავლობაში გამოყოფს ენერგიას, რომელიც, თავისი დამანგრეველი ეფექტით, პრაქტიკულად ატომურ ბომბს უახლოვდება.

როგორც ვხედავთ, სახეზეა მრავალფაზიან სისტემაში მიმდინარე ტორნადოს საოცარი თერმოდინამიკური ციკლი, რომლის გაანგარიშებაში საოცარი და საკამათო არაფერია. მიუხედავად ამისა, კლასიკურ თერმოდინამიკაში, თქვენ ვერ ნახავთ მსგავს ციკლს, რომელიც ფარდას ხდის ტორნადოს საიდუმლოს. ტორნადოს საიდუმლო კი ის გახლავთ, რომ მისი ამსახველი თერმოდინამიკური პროცესი არ ექვემდებარება კლასიკურ თერმოდინამიკაში გაბატონებულ კანონებს და საფუძველში ანგრევს თერმოდინამიკის მეორე კანონს, რომელიც ჩამოაყალიბეს კლაუზიუსმა, კელვინმა და პლანკმა.

6.6. ფაზების გამყოფი ზედაპირი, როგორც მაქსველის მოლეკულათა დამხარისხებელი

როგორც ვხედავთ, აღნიშნული შედეგი გარემოდან ენერგიის დაბადებისა გამოწვეულია იმით, რომ წყალს შეუძლია აორთქლება უფრო დაბალ ტემპერატურაზე ვიდრე მისი დუღილისა და კონდენსაციის ტემპერატურაა. სხვაობა დუღილისა და თავისუფალი აორთქლების ტემპერატურებს შორის ბუნების სასწაულია, რომელსაც ჩვენ სათანადოდ არ ვაფასებთ. პრაქტიკულად საუკუნის განმავლობაში, მაქსველის მოწინააღმდეგენი ამტკიცებდნენ, რომ შეუძლებელია ადამიანმა შექმნას მოლეკულათა დამხარისხებელი, რომელსაც შეუძლია სწრაფი მოლეკულები ერთი მიმართულებით წარმართონ. აორთქლება კი საწინააღმდეგოს ადასტურებს.

მოდით, დავუკვირდეთ, რა ხდება, როდესაც ერთმანეთს ეხებიან დაბალი ტემპერატურის წყალი და იგივე ტემპერატურის ჰაერი (ნახ.6.6.1).



ნახ. 6.6.1 სითხის და უჯერი ტენიანი გაზის გამყოფი ზედაპირი, როგორც მოლეკულათა მაქსველისეულიდამხარისხებელი

თერმოდინამიკური თვალსაზრისით, ასეთი სისტემა წონასწორულია, თუკი გაზში სითხის ორთქლის შემცველობა ტოლია მაქსიმალური რაოდენობის, რომელიც ნაჯერ ტენიან ჰაერს შეესაბამება. ჩვეულებრივ ატმოსფერულ ჰაერში წყლის მაქსიმალური რაოდენობა 1 მ³-ში 40 გრამს შეადგენს. მაგრამ, თუკი ჰაერი არაა ორთქლით გაჯერებული, მაშინ ადგილი აქვს წყლის აორთქლების პროცესს, ანუ, ცივი წყლის ზედაპირიდან, იგივე ტემპერატურის ჰაერისაკენ აღიძვრება წყლის მოლეკულათა ნაკადი. აი აქ კი, თუკი განვიხილავთ პროცესის ფიზიკას, ჩვენ აღმოვაჩენთ გენიალურ მაქსველს. ცნობილია, რომ, დაბალ ტემპერატურაზე, წყლის აორთქლების მიზეზი გახლავთ მუდმივი მოლეკულური ქაოსი, რომელშიც

წონასწორობა არასოდეს ისადგურებს. სწორედ ამის გამო, მაშინაც კი, როცა წყლის ტემპერატურა დაბალია, მისი ცალკეული მოლეკულების ენერგია იმდენად მაღალია, რომ ისინი ტოვებენ წყლის ზედაპირს და გადადიან გაზში.

ამგვარად, უჯერი ტენიანი გაზის და სითხის გამყოფი ზედაპირი წარმოადგენს სწრაფი მოლეკულების ბუნებრივ დამხარისხებელს, ანუ მითიურ მაქსველისეულ დემონს, რომლის შექმნის შესაძლებლობასაც ჯიუტად უარყოფდნენ თითქმის საუკუნის განმავლობაში. მაქსველის დემონი კი, თუ ის დემონია, როგორც ვხედავთ, ბუნებაში ნამდვილად არსებობს და იგი, ჯერ-ჯერობით, ნამდვილად არ თამაშობს კარგ როლს. ალბათ იმიტომ, რომ, ჩვენ არ გვსურს დავინახოთ, რა სარგებლობის მოტანა შეუძლია მას.

ისმის შეკითხვა, რატომ უნდა დავეყრდნოთ კლაუზიუსს და არ უნდა დავუჯეროთ მაქსველს, როდესაც თვით ბუნება გვაიძულებს და გვეუბნება, რომ დროა შევცვალოთ აზროვნება. დროა ვალიაროთ საკუთარი შეცდომა, სანამ არ არის გვიან.

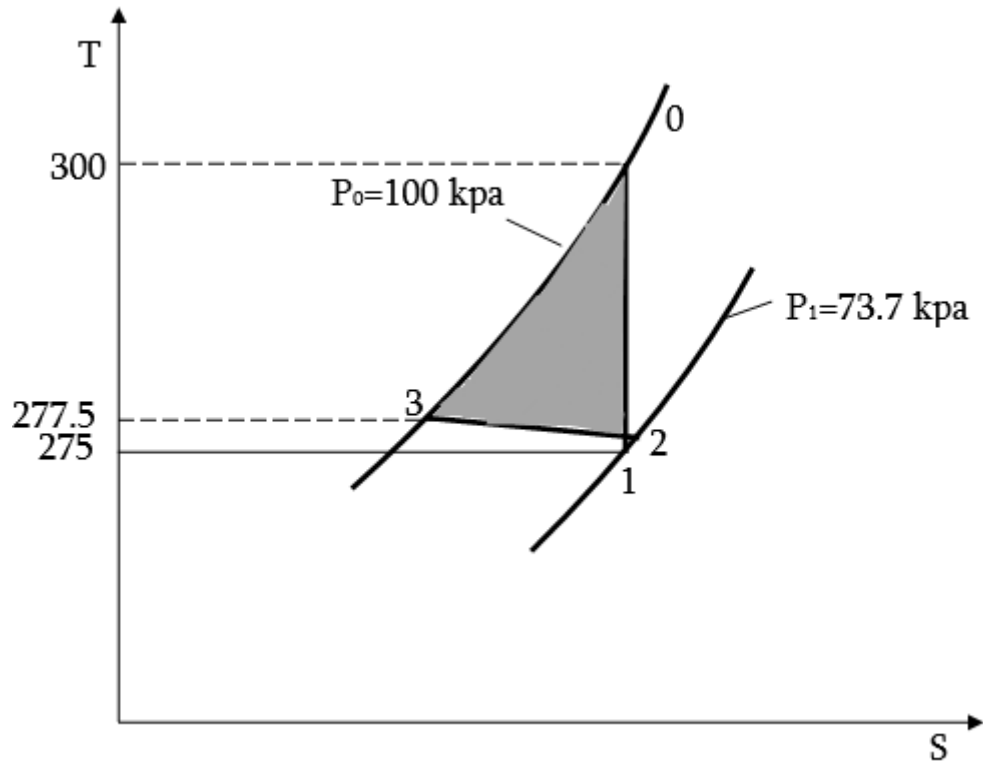
6.7. დანადგარი, რომელსაც შეუძლია გარემოდან ენერგიის გენერირება

მიუხედავად გაბატონებული დოგმებით დაწესებული მეცნიერული აკრძალვებისა, ჩვენ მეტი ოპტიმიზმი გვმართებს, რადგან ბუნება გაცილებით რთულია იმისათვის, რომ შევქმნათ უნივერსალური კანონები.

ჩვენ უნდა გვჯეროდეს, რომ ადამიანი შესძლებს ენერგიის მოპოვებას მაშინ, როდესაც დაისადგურებს თბური წონასწორობა და მაშინაც კი, როდესაც ჩაცხრება მზე - ეს რწმენა, მეცნიერულად განწირულიც რომ იყოს, არის კეთილშობილური, რადგან ის არის საფუძველი მომავლის იმედის. იმედის გარეშე კი წარმოუდგენელია სიცოცხლე. ამიტომ, ჩვენ უსათუოდ შევძლებთ მოვიპოვოთ გარემოდან ენერგია მისი დაზიანების გარეშე. ამას გვეუბნება ჩვენი სამყარო და ჩვენ უნდა შევძლოთ დავინახოთ ის უმარტივესი მაგალითები, რომლებიც შეგვმატებენ ამის რწმენას.

სწორედ ამ რწმენით, ყოველგვარი საიდუმლოს გარეშე, გთავაზობთ თერმოდინამიკურ ციკლს (ნახ.6.7.1) და სქემას ელემენტალური დანადგარისა (ნახ.6.7.2), რომელიც საშუალებას მოგვცემს მოვიპოვოთ გარემოდან ენერგია

უწყვეტად, მისი ლოკალური გაგრილების ხარჯზე, ისე რომ არ დაირღვეს დედამიწის სითბური ბალანსი. ამ დანადგარს საფუძვლად უდევს ზუსტად ის პროცესები, რომლებიც ჩვენ გვაქვს ტორნადოში.



ნახ.6.7.1 დანადგარში მიმდინარე პროცესის თერმოდინამიკური ციკლი

დავუშვათ, ჩვენს ირგვლივ მყოფი გარემო წონასწორულია და ყველა სხეულის ტემპერატურა შეადგენს ცელსიუსით 27 გრადუსს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ირგვლივ გვაქვს წყალი და ჰაერი, რომელთა ტემპერატურა $T_0 \approx 300 K$. ამასთან ერთად, ჰაერის ფარდობითი ტენიანობა გარემოში შეადგენს არაუმეტეს 75 %-ს, რაც იმას ნიშნავს, რომ, ერთ კილოგრამ სუფთა ჰაერში გვაქვს, არაუმეტეს, 30 გრამი წყალი. მოდით, ეს ჰაერი გავატაროთ მოწყობილობაში, რომელიც შესდგება კონფუზორისაგან, თანაბარი კვეთის არხისაგან და დიფუზორისაგან (ნახ.6.7.2).

კონფუზორში გავლისას, ნაკადის კვეთი კლებულობს, ხოლო სიჩქარე მატულობს. დავუშვათ ჩვენ ნაკადი ავაჩქარეთ სიჩქარემდე $U_1 = 224$ მ/წმ. ასეთ შემთხვევაში, სწორი არხის დასაწყისში ტემპერატურა განისაზღვრება შემდეგნაირად

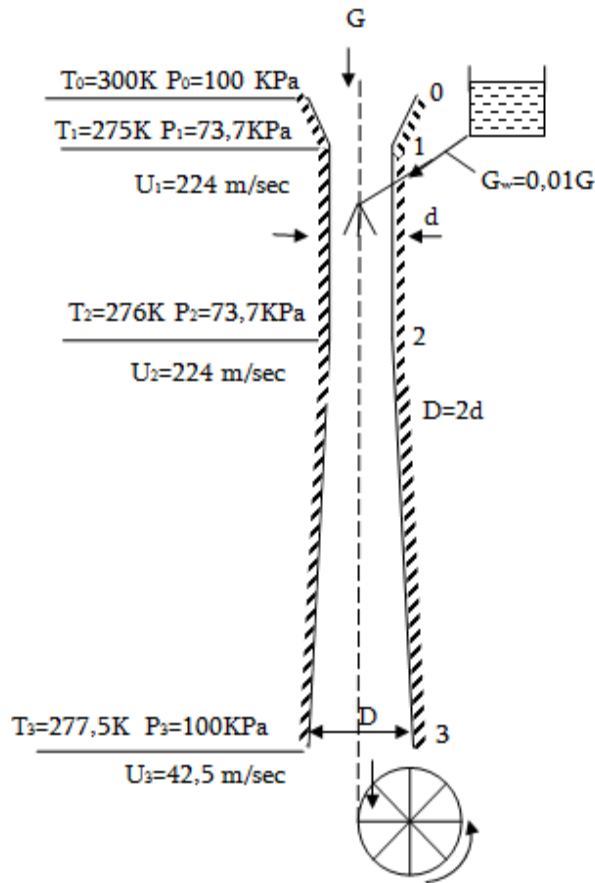
$$T_1 = T_0 - U_1^2 / (2c_p) = 275 K , \tag{6.7.1}$$

თუკი დავუშვებთ, რომ ნაკადის აჩქარების პროცესი ადიაბატურია, იგივე კვეთში, ჰაერის ტემპერატურა და სიმკვრივე შეგვიძლია განვსაზღვროთ ფორმულებით:

$$P_1 = P_0 (T_1 / T_0)^{k/(k-1)} = 0.737 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad (6.7.2)$$

$$\rho_1 = P_1 / (RT_1) = 0.933 \text{ kg/m}^3. \quad (6.7.3)$$

თანაბარი კვეთის არხის დასაწყისში, გაუხშობულ ნაკადში, ჩვენ შეგვიძლია შევაფრქვიოთ წყალი ისეთი ოდენობით, რომ ყოველ ერთ კილოგრამ ჰაერს დაემატოს 10 გრამი წყალი. შესაბამისად, წყლის ტემპერატურა დაეცემა და იგი მიიღებს მნიშვნელობას $T_2 = 276K$. ტემპერატურის ამგვარი ვარდნისას, წყალი გამოყოფს სითბოს $Q_{12} = mc(T_0 - T_1) = 0.01 * 4187 * (300 - 276) = 1004 \text{ J}$. აღნიშნული სითბო იწვევს 1 კილოგრამი ჰაერის ტემპერატურის ზრდას ერთი გრადუსით. შესაბამისად 2 წერტილში ჩვენ გვექნება ჰაერის და წყლის წვეთების ნარევი, რომლის ტემპერატურა 276 გრადუსია. აღნიშნული პარამეტრების გაზი ჩვენ შეგვიძლია გავატაროთ გაფართოებად არხში (დიფუზორში), რომლის მაქსიმალური კვეთი მინიმალურზე 3.94 ჯერ მეტია. 2-3 პროცესში, რომელიც ახლოს დგას იზოთერმულთან, სითხის აორთქლებაზე დაიხარჯება ენერჯია $Q_{23} = mr = 0.01 * 2260000 = 22600 \text{ J}$. სადაც r წყლის ორთქლადქცევის კუთრი სითბოა. 2-3 პროცესის სითბოტევადობა შეადგენს $c_{23} = -15114 \text{ J/kgK}$. აღნიშნულ პროცესში ენტროპია მცირდება $\Delta s_{23} = 81.66 \text{ J/kgK}$ სიდიდით. 3 წერტილში ნაკადის წნევა უტოლდება ატმოსფერულს, ხოლო ტემპერატურა შეადგენს 277.5 კელვინს. ნაკადის სიჩქარე დიფუზორიდან ატმოსფეროში გამოსვლისას ტოლი იქნება $U_3 = 42.5 \text{ m/sec}$. თუკი ნაკადის მინიმალური კვეთის დიამეტრი 16 სანტიმეტრია, მაშინ ასეთი სიჩქარის ნაკადის ტურბინაზე მიმართვით, შესაძლებელია მივიღოთ 3.8 კილოვატი სიმძლავრე. მიუხედავად იმისა, რომ, ჩვენ არ გვაქვს გათვალისწინებული დანაკარგები ხახუნზე და დანაკარგები ტურბოგენერატორში, ჩვენ მივიღეთ ისეთი სიმძლავრე, რომელიც სრულიად საკმარისი იქნება ერთი ოჯახის ელექტროენერჯით უზრუნველსაყოფად.



ნახ.6.7.2 დანადგარის პრინციპული სქემა და პარამეტრები

იმ შემთხვევაში, თუკი გარემოს ტემპერატურა დაბალია, წყლის შეფრქვევით მიღებული ენერგია მცირდება, მაგრამ არ უნდა დაგვავიწყდეს, რომ, ცივ სეზონზე, შეგვიძლია, წყლის ნაცვლად, გამოვიყენოთ ანტიფრიზები. ასეთ შემთხვევაში, საჭირო გახდება ჩაკეტილი ციკლების გამოყენება, რომელშიც, ანტიფრიზის ორთქლი, კონდენსატორში გავლის შემდეგ, კვლავ შეიფრქვევა დანადგარში.

დანადგარის წარმატებული მუშაობის აუცილებელი პირობაა ისეთი დიფუზორის შექმნა, რომელშიც შეფრქვეული წყლის ნისლი მოასწრებს აორთქლებას. იმ შემთხვევაში, თუკი წყლის წვეთები მსხვილია, დიფუზორი კი მოკლე, წვეთები ვერ მოასწრებენ აორთქლებას და აღნიშნული ეფექტი არ განხორციელდება. მოკლე დიფუზორი, ნაცვლად წყლის ორთქლისა, გამოისვრის ნისლს და შხეფებს. ამიტომ, წყალი უნდა გაიფრქვეს მაქსიმალურად წვრილი წვეთების სახით, ხოლო დიფუზორი უნდა იყოს საკმარისად გრძელი იმისათვის, რომ გავზარდოთ წყლის და ჰაერის კონტაქტის ხანგრძლივობა. სწორედ ესაა

წარმატებული დანადგარის შექმნის აუცილებელი პირობა. ტორნადოში, რომლის სიგრძეც ძალიან დიდია, ეს საკითხი ბუნებრივად გადაწყვეტილია. ამგვარად, ექსპერიმენტულად დასადგენია სტაციონალური დანადგარის მინიმალური, ოპტიმალური სიგრძე.

6.8. საავიაციო ტრანსპორტის სრულყოფილი ფუნქციონირების მიზნით, ციკლონებისა და ტორნადოს ტიპის ბუნებრივი მოვლენების შეფასების და პროგნოზირების ინტეგრალური მეთოდი

ნაშრომის ამ ნაწილში, ტორნადოში მიმდინარე პროცესების სქემატიზაციის გზით, მოცემულია აღნიშნული პროცესების ამსახველი დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნი, რის საფუძველზეც შემოთავაზებულია ტორნადოების გაანგარიშების და პროგნოზირების ინტეგრალური მეთოდი, რომელიც შესაძლებელს ხდის, შეიქმნას სწრაფი პრაქტიკული გაანგარიშებისათვის გამოსადეგი ისეთი საინჟინრო მეთოდი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს შეფასდეს ანალიტიკურად აღნიშნული ბუნებრივი მოვლენის წარმოშობის წინაპირობები, განისაზღვროს მისი ძირითადი პარამეტრები და დამანგრეველი ეფექტი. მოხდეს ტორნადოს გავრელების არეალის წინასწარი საორიენტაციო პროგნოზირება.

ტორნადოს ზომების, სიჩქარეების და დამანგრეველი ეფექტის მიხედვით შემოღებული არის ფუძიტას შკალა, რომელიც ტორნადოებს ექვს ძირითად კატეგორიად ახარისხებს. ამათგან უკანასკნელ, ყველაზე ძლიერ მეექვსე კატეგორიის ტორნადოებს აპოკალიპტურ თვისებებით ახარისხებენ და მასში სიჩქარეები 140 მ/წმ-ზე მეტს აღწევს. ზოგიერთი მონაცემებით ტორნადოებში ნაკადის სიჩქარეები ბგერით სიჩქარესაც (340 მ/წმ) უტოლდება. ამასთან ერთად, აღნიშნული მონაცემები საორიენტაციოა, რადგანაც ტორნადოებში ექსპერიმენტალური გაზომვები პრაქტიკულად შეუძლებელია, ხოლო პროცესების გაანგარიშება მათემატიკური მოდელების საფუძველზე ასევე მიახლოებით ხასიათს ატარებს. ეს განპირობებულია იმით, რომ დიფერენციალურ განტოლებათა კლასიკური სისტემა, რომელიც უნდა ამოიხსნას, უნდა ითვალისწინებდეს ისეთ ურთულეს პროცესს, როგორცაა ტურბულენტობა. ამასთან ერთად, როგორც ცნობილია, ტურბულენტობის პრობლემა დღემდე ბოლომდე ამოხსნილი არ არის

და ტურბულენტური ძაბვების ტენზორის განსაზღვრა საჭიროებს გარკვეული დაშვებების შემოღებას, რაც თავისთავად გულისხმობს იმას, რომ მათემატიკური მოდელირებით მიღებული შედეგები ასევე ბოლომდე სარწმუნო არ არის. ამასთან ერთად მსგავსი მათემატიკური მეთოდები ძალიან რთულ ხასიათს ატარებენ, უნდა აღინიშნოს რომ მეცნიერთა შორის დღემდე ბოლომდე გარკვეული არ არის თვით ტორნადოს სტრუქტურული აგებულების პრობლემა და რიგ შემთხვევაში მიაჩნიათ რომ ტორნადოს ცენტრში ვერტიკალური ნაკადი აღმავალია რაც ძალზედ საკამათოა. მეცნიერთა დიდი ნაწილი თვლის რომ აღნიშნული ნაკადი ვერტიკალურად ქვემოთაა მიმართული რაც, ჩვენი აზრით, სრულიად გამართლებულია. ამაზე მიუთითებს ტორნადოების შესახებ არსებული ვიდეომასალების დაკვირვებაც. იგივეზე მეტყველებს უკანასკნელ პერიოდში ამერიკელი მკვლევარების მიერ ჯავშანმანქანით ჩატარებული ექსპერიმენტი, როდესაც მოხერხდა შესვლა ტორნადოს ცენტრში და დაფიქსირდა ძლიერი ვერტიკალური ნაკადი, რომელსაც თან ახლდა საოცარი ინტენსივობის ძლიერი წვიმა. აღნიშნული მასალების გათვალისწინებით ჩვენ გთავაზობთ ტორნადოების საკმაოდ გააზრებულ სქემატიზაციას რის საფუძველზეც ხდება დიფერენციალურ განტოლებათა ზუსტი ინტეგრება და ძირითადი პარამეტრების გაანგარიშება.

როგორც ცნობილია, თანაბარი წნევის და ტემპერატურის პირობებში, წყლის ორთქლი ჰაერზე გაცილებით ნაკლებად მკვრივია. შესაბამასიდ ტენიანი ჰაერი უფრო მსუბუქია ვიდრე მშრალი ჰაერი იგივე პირობებში. აღნიშნულის გამო ტენიან ჰაერს აქვს მიდრეკილება დაიწყოს მოძრაობა ზემოთ. სწორედ ბუნების ეს მოვლენა განაპირობებს ღრუბლების წარმოშობას. პროცესი მით უფრო ინტენსიური ხდება, თუკი ჰაერის მასა მიწის ზედაპირზე თბილია. თბილი ჰაერის მასები, მთების დამრეცი ზედაპირების გასწვრივ, ცდილობენ იმოძრაონ ვერტიკალურად ზემოთ. აღნიშნულ პროცესში ხდება ნიადაგიდან დამატებითი ტენის გამოტანა, რაც უფრო ამსუბუქებს ჰაერის მასას. ამგვარი მიზეზებით წარმოშობილი ვერტიკალური ჰაერის ნაკადები ზრდის ტენის რაოდენობას ატმოსფეროს ზედა ფენებში. ცივ გარემოში მოხვედრილი ტენიანი ჰაერი განიცდის გაგრილებას. რის გამოც მასში არსებული ტენის გარკვეული ნაწილი გამოკრისტალდება მცირე ზომის შეწონილი

წვეთების სახით რაც იწვევს ნისლს და ღრუბელს. პროცესის დიდხანს გახანგრძლივება იწვევს ძლიერ ღრუბელს. ამგვარად, იქ სადაც არის ვერტიკალური აღმავალი ნაკადები თანდათან იზრდება ღრუბლიანობაც. მეორეს მხრივ ვერტიკალურ აღმავალ ნაკადებს აქვთ თვისება სპირალური მოძრაობისა რაც იმას ნიშნავს რომ აღმავალ ნაკადს აქვს არამართო ვერტიკალური სიჩქარე არამედ წრიული მოძრაობის სიჩქარეც. შესაბამისად ჰაერის მბრუნავი ნაკადი ეხება რა ღრუბლების ქვედა ფენას, ითრევს მას წრიულ მოძრაობაში. უნდა აღინიშნოს რომ ღრუბლებში ბრუნვითი მოძრაობის წარმოშობას მრავალი მიზეზი აქვს. პირველ რიგში უნდა გათვალისწინებული იქნას რომ ატმოსფერული ნაკადის ტურბულენტური მოძრაობა თავისთავად გულისხმობს რეგულარული გრიგალების არსებობას. ასეთ გრიგალებს მეზოგრიგალები ეწოდება. ატმოსფეროს მასშტაბებთან შედარებით არსებობენ შედარებით მცირე რეგულარული მეზოგრიგალები რომელთა ზომებიც ათეულობით კილომეტრია. მეორეს მხრივ არსებობენ ათეულობით და ასეულობით მეტრი ზომის ტურბულენტური მეზოგრიგალები, რომლებიც გაცილებით ჩამორჩებიან მასშტაბებით ტროპიკულ ციკლონებს. აღნიშნული გრიგალების ენერჯის წარმოშობა შესაძლებელია განპირობებული იყოს როგორც ქვემოდან აღმავალი ნაკადების მოქმედებით, ასევე მზის თბური ეფექტით, გარეგანი დიდმასშტაბიანი ნაკადების ენერგეტიკული ზემოქმედებით და ა. შ. მეცნიერთა დიდი ნაწილი მიიჩნევს რომ სწორედ ამგვარი გრიგალების არსებობა განაპირობებს ტორნადოების წარმოშობას. კერძოდ, მეზოგრიგალები, ურთიერთქმედებენ რა ქვედა ფენებთან, ანიჭებენ მას დამატებით ბრუნვით მოძრაობას. გრიგალების ქვეშ არსებული მბრუნავი ნაკადის ცენტრალურ ნაწილში არსებული გაუხშობა ცდილობს შეიწოვოს ღრუბლის ტენიანი ჰაერი ზემოდან ქვემოთ. ჩნდება მბრუნავი კონუსური მასა. რომელსაც ტორნადოს ხორთუმი ეწოდება. აღნიშნული ხორთუმი მოიწვევს ქვემოთ და ეს პროცესი მით უფრო ძლიერია, რაც უფრო ინტენსიურია მეზოგრიგალის და აღმავალი ჰაერის ბრუნვითი მოძრაობა. გარკვეულ პირობებში ხორთუმს შეუძლია გაარღვიოს ატმოსფერო და მოაღწიოს დედამიწის ზედაპირამდე. ამის შემდეგაც ნაკადი ეჯახება დედამიწის ზედაპირს იცვლის მიმართულებას და ჩნდება ინტენსიური

აღმავალი ნაკადი, რომელიც გაცილებით მძლავრი შეიძლება იყოს იმ პირველად აღმავალ ნაკადზე. რომლის გამოც შესაძლოა ჩაისახა ტორნადო. შესაბამისად ჩნდება საკმაოდ მდგრადი ბუბენბრივი მოვლენა ნაკადების ცირკულარული მოძრაობისა, რომელიც ხასიათდება ძლიერი ენერგიით და არსებობის საკმაოდ დიდი ხანგრძლივობით.

დამოუკიდებლად იმისა, არის თუ არა მეზოგრიგალების ბრუნვითი მოძრაობა აღმავალი ნაკადების შედეგი, სტაბილური აღმავალი ნაკადის არსებობა არის ერთ-ერთი აუცილებელი პირობა ტორნადოს სტაბილურობისა, ამიტომ, საინტერესოა როგორაა იგი დამოკიდებული ატმოსფერულ პარამეტრებზე.

განვიხილოთ, ერთგანზომილებიანი სქემის გამოყენებით (ნახ.6.8.1), როგორ არის დამოკიდებული ჰაერის აღმავალი ნაკადის ვერტიკალური სიჩქარე ამ პარამეტრებზე. ამ მიზნით გამოვიყენოთ მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება

$$V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} - g. \quad (6.8.1)$$

აღნიშნულ განტოლებაში შეგვიძლია გავითვალისწინოთ რომ, სპირალური მოძრაობის დროს რადიალური სიჩქარე V_r შედარებით მცირეა ხოლო სიჩქარის წარმოებული φ კუთხის მიხედვით ღერძსიმეტრიულ ნაკადებში ნულის ტოლია, ამიტომ სპირალური მოძრაობის დროს ვერტიკალური სიჩქარის საანგარიშოდ სამართლიანია გამოსახულება:

$$V_z \frac{dV_z}{dz} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} - g. \quad (6.8.2)$$

ან

$$\frac{d}{dz} \frac{V_z^2}{2} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} - g. \quad (6.8.3)$$

აღნიშნული განტოლების ინტეგრება გვაძლევს:

$$\int_0^H \frac{d}{dz} \frac{V_z^2}{2} dz = -\int_0^H \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} dz - g \int_0^H dz. \quad (6.8.4)$$

ან

$$V_{zH}^2 = -2 \int_0^H \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} dz - 2gH. \quad (6.8.5)$$

უკანასკნელ განტოლებაში არსებული ინტეგრალის განსაზღვრისათვის საჭიროა დავადგინოთ სიმკვრივის დამოკიდებულება წნევაზე $\rho \approx f(p)$. თუკი ჩავთვლით რომ პროცესი მიმდინარეობს თბოცვლის და მნიშვნელოვანი დისიპაციის გარეშე, ვერტიკალური ნაკადის აჩქარება შეიძლება განვიხილოთ როგორც ადიაბატური პროცესი. ამ შემთხვევაში გაზისათვის სამართლიანია დამოკიდებულება:

$$\rho \approx p^{\frac{1}{k}}. \quad (6.8.6)$$

ან

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (6.8.7)$$

უკანასკნელის გათვალისწინებით ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} \int_0^H \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} dz &= \int_{p_0}^{p_H} \frac{p_0^{\frac{1}{k}}}{\rho_0 p^{\frac{1}{k}}} dP = \frac{p_0^{\frac{1}{k}}}{\rho_0} \int_{p_0}^{p_H} p^{-\frac{1}{k}} dp = \frac{p_0^{\frac{1}{k}}}{\rho_0} \frac{k}{k-1} \left[p_H^{\frac{k-1}{k}} - p_0^{\frac{k-1}{k}} \right] = \\ &= \frac{p_0}{\rho_0} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = c_p T_0 \left[\left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (6.8.8)$$

შესაბამისად H სიმაღლეზე ვერტიკალური სიჩქარის საანგარიშოდ ვღებულობთ:

$$V_{zH}^2 = 2c_p T_0 \left[1 - \left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] - 2gH. \quad (6.8.9)$$

ვერტიკალური დაღმავალი ნაკადის საანგარიშოდ საწყის ეტაპზე დავუშვათ რომ წნევები ნაკადში H სიმაღლეზე ტოლია ღრუბლებში არსებული სტატიკური წნევისა p_H ხოლო ნაკადის წნევა მიწის ზედაპირთან ტოლია ატმოსფერული წნევისა. რეალურ ვითარებაში ამ წნევებზე გავლენას ახდენს დაგრიგალება, რასაც შემდეგ ეტაპზე განვიხილავთ.

პროცესის აღწერისათვის კვლავ ვიყენებთ მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებას:

$$V_z \frac{dV_z}{dz} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{dp}{dz} - g. \quad (6.8.10)$$

ამასთან ერთად, აღნიშნულ განტოლებაში ნაკადის სიმკვრივე, ამ შემთხვევაში, ითვალისწინებს ღრუბლებში არსებული წვრილდისპერსიული წყლის არსებობას:

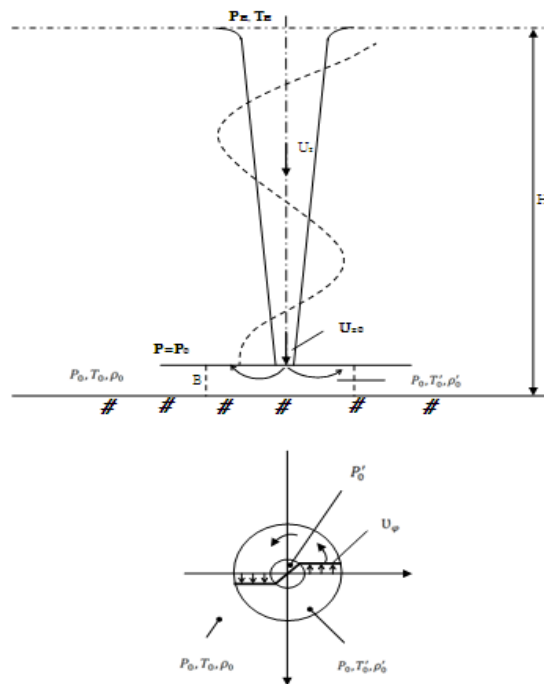
$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{1-m}{\rho} + \frac{m}{\rho_w}. \quad (6.8.11)$$

სადაც m გამოხატავს 1 კგ ღრუბელში არსებული წყლის მასას, ხოლო ρ_w წყლის სიმკვრივეა. შესაბამისად:

$$\frac{d}{dz} \frac{V_z^2}{2} = -\frac{1-m}{\rho} \frac{dp}{dz} - \frac{m}{\rho_w} \frac{dp}{dz} - g. \quad (6.8.12)$$

აღნიშნული განტოლების ინტეგრება გვაძლევს

$$\int_H^0 \frac{d}{dz} \frac{V_z^2}{2} dz = -(1-m) \int_H^0 \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} dz - \frac{m}{\rho_w} \int_H^0 \frac{dp}{dz} dz - g \int_H^0 dz. \quad (6.8.13)$$



ნახ.6.8.1 ვერტიკალური ნაკადის სქემა

თუკი ჩავთვლით რომ პროცესი მიმდინარეობს თბოცვლის და მნიშვნელოვანი დისიპაციის გარეშე, შეიძლება ჩავთვალოთ რომ ღრუბელში არსებული ტენიანი ჰაერისათვის სამართლიანია დამოკიდებულება:

$$\frac{\rho}{\rho_H} = \left(\frac{p}{p_H} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (6.8.14)$$

უკანასკნელის გათვალისწინებით ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} \int_H^0 \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} dz &= \int_{p_H}^{p_0} \frac{p_H^{\frac{1}{k}}}{\rho_H p^{\frac{1}{k}}} dP = \frac{p_H^{\frac{1}{k}}}{\rho_H} \int_{p_H}^{p_0} p^{-\frac{1}{k}} dp = \frac{p_H^{\frac{1}{k}}}{\rho_H} \frac{k}{k-1} \left[p_o^{\frac{k-1}{k}} - p_H^{\frac{k-1}{k}} \right] = \\ &= \frac{p_H}{\rho_H} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_0}{p_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = c_p T_H \left[\left(\frac{p_0}{p_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (6.8.15)$$

და, შესაბამისად, დედამიწის ზედაპირთან ნაკადის ვერტიკალური სიჩქარის განსაზღვრისათვის შეგვიძლია ვისარგებლოთ ფორმულით:

$$V_{zo}^2 = 2gH - 2(1-m)c_p T_H \left[\left(\frac{p_0}{p_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] - \frac{2m(p_0 - p_H)}{\rho_w}. \quad (6.8.16)$$

ამასთან ერთად, იმის გამო რომ წყლის სიმკვრივე დიდია, განტოლების უკანასკნელი წევრი დანარჩებნებთან შედარებით უმნიშვნელოა. ამიტომ ვღებულობთ:

$$V_{zo}^2 = 2gH - 2(1-m)c_p T_H \left[\left(\frac{p_0}{p_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = F(H). \quad (6.8.17)$$

ამასთან ერთად, ჩვენ ინტეგრება ვაწარმოეთ ერთგანზომილებიანი მოდელის საფუძველზე და დავუშვით, რომ ტორნადოს ცენტრალურ ნაწილში წნევა ისეთივეა, როგორც ატმოსფეროში, იგივე სიმაღლეზე. ასეთი დაშვება სამართლიანია, თუკი ადგილი არა აქვს ნაკადის ბრუნვით მოძრაობას. რეალურ პირობებში, ვერტიკალური დაღმავალი ნაკადის ირგვლივ ადგილი აქვს აღმავალი ნაკადის სპირალურ მოძრაობას, ანუ პერიფერიასთან ახლოს, გვაქვს ნაკადი

რომელსაც აქვს არამართო ვერტიკალური სიჩქარე, არამედ, წრიული მოძრაობის სიჩქარეც (W_ϕ). საინტერესოა, რა როლს თამაშობს ბრუნვითი მოძრაობა ტორნადოს ენერჯის გაზრდაში. პირველ რიგში, უნდა აღინიშნოს რომ ღრუბლების დონეზე ნაკადის სრული წნევა შეიცავს ტურბულენტური მოძრაობის წნევასაც (Δp_T). მიწის ზედაპირთან ნაკადის წნევის განსაზღვრისათვის კი შეგვიძლია გამოვიყენოთ წრიული სიჩქარის განაწილების საკმაოდ გავრცელებული სურათი, კერძოდ ცენტრში ნაკადის წრიული სიჩქარე იცვლება ხაზობრივად, ხოლო პერიფერიაზე კლებულობს რადიუსის უკუპროპორციულად. ასეთ შემთხვევაში საშუალო წნევა ნაკადის ცენტრში (ანუ დაღმავალ ნაკადში) ნაკლებია ვიდრე პერიფერიაზე (ანუ ატმოსფეროში). შესაბამისად, სიჩქარის განტოლებაში, ნაცვლად ატმოსფერული წნევისა მიწის ზედაპირთან, უნდა ჩავსვათ ცენტრიდანული ძალებით გაუხშობელი წნევა ნაკადის ცენტრში იგივე სიმაღლეზე.

$$P_0^1 = P_0 - \frac{\rho_0^1 V_\phi^2}{2}. \quad (6.8.18)$$

შესაბამისად,

$$V_{z0}^2 = 2gH - 2(1-m)c_p T_H \left[\left(\frac{P_0 - 0.5\rho_0^1 V_\phi^2}{P_H + \Delta P_T} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (6.8.19)$$

ან

$$V_{z0}^2 = 2gH - 2(1-m)c_p T_H \left[\left(\frac{P_0}{P_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} \left(1 - \frac{\rho_0^1 V_\phi^2}{2P_0} - \frac{\Delta p_T}{P_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (6.8.20)$$

უკანასკნელი განტოლების გარდაქმნისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ ფუნქციის დაშლა ტეილორის მწკრივის სახით:

$$\left(1 - \frac{\rho_0^1 V_\phi^2}{2P_0} - \frac{\Delta p_T}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{k} \left(-\frac{\rho_0^1 V_\phi^2}{2P_0} - \frac{\Delta p_T}{P_H} \right) + \frac{1}{2} \frac{k-1}{k} \left(\frac{k-1}{k} - 1 \right) \left(\frac{\rho_0^1 V_\phi^2}{2P_0} - \frac{\Delta p_T}{P_H} \right)^2 + \dots \quad (6.8.21)$$

მიღებული გამოსახულების გარდაქმნისათვის შეგვიძლია გავითვალისწინოთ რომ დაღმავალ პერიფერიულ ნაკადში წნევა მიახლოებით

გარემოს წნევის ტოლია ხოლო ტემპერატურა და სიმკვრივე შეგვიძლია გავიანგარიშოთ ადიაბატური პროცესისათვის სამართლიანი განტოლებებით:

$$T_0^1 = T_H \left(\frac{P_0}{P_H} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (6.8.22)$$

$$\rho_0^1 = \rho_H \left(\frac{P_0}{P_H} \right)^{\frac{1}{k}}, \quad (6.8.23)$$

$$T_0^1 \rho_0^1 = P_0 / R, \quad (6.8.24)$$

$$\frac{c_p}{R} = \frac{k}{k-1}. \quad (6.8.25)$$

ასეთ შემთხვევაში ვღებულობთ:

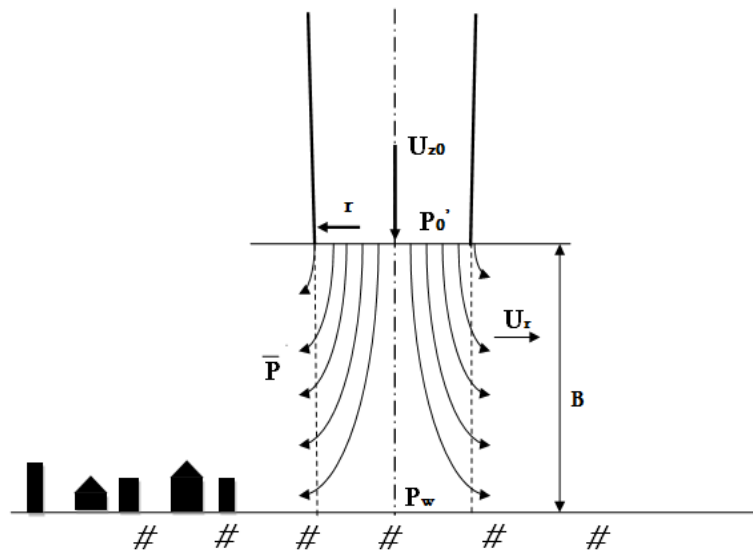
$$V_{z_0}^2 = 2gH - 2(1-m)c_p T_H \left[\left(\frac{P_0}{P_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + (1-m)c_p T_0^1 \frac{k-1}{k} \frac{\rho_0^1 V_\phi^2}{P_0} + 2(1-m)c_p T_0^1 \frac{k-1}{k} \frac{\Delta p_T}{P_H}, \quad (6.8.26)$$

ან

$$V_{z_0}^2 = F(H) + (1-m)V_\phi^2 + 2(1-m) \frac{P_0}{P_H} \frac{\Delta p_T}{\rho_0}. \quad (6.8.27)$$

როგორც ვხედავთ, მეზოგრიგალების ენერგია და მიწის ზედაპირთან ბრუნვითი მოძრაობა საგრძნობლად ზრდიან ნაკადის ვერტიკალურ სიჩქარეს. იმისათვის რომ დავადგინოთ კავშირი მიწის ზედაპირთან ვერტიკალურ და წრიულ სიჩქარეებს შორის, მიზანშეწონილია ამოიხსნას მოძრაობის განტოლება უშუალოდ მიწის ზედაპირთან, ნაკადის მიმართულების ცვალებადობის პროცესისათვის.

ვერტიკალურ და ბრუნვით სიჩქარეებს შორის დამატებითი დამოკიდებულების განსაზღვრისათვის განვიხილოთ ნაკადის მოძრაობის პროცესი მიწის ზედაპირის სიახლოვეში და დავუშვათ რომ ამ პროცესში ნაკადის სიმკვრივე ρ იცვლება უმნიშვნელოდ.



ნახ.6.8.2 ტორნადო მიწის ზედაპირთან

თუკი ტორნადოს განიკვეთის ფართი შეადგენს πr^2 , მაშინ მასის საწყისი ხარჯი წამში განისაზღვრება ფორმულით:

$$G_0 = \pi r^2 \rho V_{z_0}. \quad (6.8.28)$$

იმის გამო რომ ნაკადი უხვევს და იწყებს მოძრაობას რადიალური (ჰორიზონტალური) მიმართულებით, r რადიუსის ცილინდრული ზედაპირიდან ადგილი აქვს მასის გადინებას. შესაბამისად, მიწიდან ნებისმიერ სიმაღლეზე ნაკადის ხარჯი ტოლი იქნება:

$$G = \pi r^2 \rho V_z. \quad (6.8.29)$$

დავუშვათ რომ რადიალური სიჩქარე ცილინდრულ ზედაპირზე შეადგენს W_r და განვიხილოთ dz სიმაღლის გვერდითი ცილინდრული ზედაპირი ფართობით $2\pi r dz$. ასეთი ზედაპირიდან გამავალი ნაკადის მასური ხარჯი განისაზღვრება ფორმულით:

$$dG = -\rho V_r 2\pi r dz. \quad (6.8.30)$$

შესაბამისად, dz მანძილზე ვერტიკალურად მიმართული ნაკადის ხარჯი შემცირდება იგივე სიდიდით. ეს იმას ნიშნავს რომ:

$$\frac{\partial G}{\partial z} = \rho V_r 2\pi r. \quad (6.8.31)$$

ან თუ ჩავსვამთ ხარჯის ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებას:

$$\pi^2 \rho \frac{\partial V_z}{\partial z} = \rho V_r 2\pi. \quad (6.8.32)$$

ან

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 2 \frac{V_r}{r} = const. \quad (6.8.33)$$

როგორც ვხედავთ უკანასკნელი გამოსახულებიდან, თუკი რადიალური სიჩქარე განსახილველი ცილინდრული ზედაპირის სიმაღლის მიხედვით არ იცვლება, ვერტიკალური სიჩქარის ცვალებადობას აქვს სწორხაზობრივი ხასიათი $dV_z \approx dz$. ანუ ადგილი აქვს პირობას:

$$V_z = V_{z0} \frac{z}{B}. \quad (6.8.34)$$

სადაც B გამოსახავს სიმაღლეს მიწის ზედაპირიდან, რომელზეც ნაკადი იწყებს მიმართულების ცვალებადობას.

როგორც ვხედავთ უკანასკნელი გამოსახულებიდან, თუკი რადიალური სიჩქარე განსახილველი ცილინდრული ზედაპირის სიმაღლის მიხედვით არ იცვლება, ვერტიკალური სიჩქარის ცვალებადობას აქვს სწორხაზობრივი ხასიათი $dV_z \approx dz$. ანუ ადგილი აქვს პირობას:

$$V_z = V_{z0} \frac{z}{B}. \quad (6.8.35)$$

სწორხაზობრივად იცვლება ნაკადის ხარჯიც ცილინდრულ მოცულობაში:

$$G = \pi^2 \rho V_{z0} \frac{z}{B} = G_0 \frac{z}{B}. \quad (6.8.36)$$

შესაბამისად,

$$V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{V_{z0}^2}{B^2} z. \quad (6.8.37)$$

თუკი უკანასკნელ გამოსახულებას გავითვალისწინებთ მოძრაობის განტოლებაში მივიღებთ,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \frac{V_{z0}^2}{B^2} z. \quad (6.8.38)$$

ან, ინტეგრების შემდეგ,

$$p = p_w - \frac{\rho V_{z0}^2}{2B^2} z^2. \quad (6.8.39)$$

მიღებული გამოსახულება გვიჩვენებს რომ ნაკადის წნევა სიმაღლის მიხედვით მცირდება ანუ ვერტიკალურ ნაკადში (მოხვევამდე) წნევა უფრო ნაკლებია ვიდრე მოხვევის შემდეგ, უშუალოდ მიწის ზედაპირზე.

$$p_w = p_0^1 + \frac{\rho V_{z0}^2}{2}. \quad (6.8.40)$$

უკანასკნელი გამოსახულება არის სრულ შესაბამისობაში ბერნულის განტოლებასთან და იგი გვიჩვენებს რომ ნაკადის დამუხრუჭებისას ადგილი აქვს წნევის ზრდას. აღნიშნული გაზრდილი წნევა P_w მოქმედებს უშუალოდ იმ ნაგებობებზე, რომლებიც მოექცევიან ტორნადოს არეალში.

როგორც ვხედავთ, წნევის ცვალებადობას ვერტიკალური ღერძის გასწვრივ აქვს კვადრატული ხასიათი. თუკი მოვახდენთ გამოსახულების ინტეგრებას z ღერძის გასწვრივ, შეგვიძლია განვსაზღვროთ საშუალო წნევა \bar{P} , რომელიც გვაქვს B სიმაღლის ცილინდრულ ზედაპირზე:

$$\bar{P} = p_0^1 + \frac{\rho V_{z0}^2}{6}. \quad (6.8.41)$$

ან, თუკი გავითვალისწინებთ ვერტიკალური ნაკადის წნევის დამოკიდებულებას პერიფერიული ნაკადის წრიულ სიჩქარეზე:

$$\bar{P} = P_0 - \frac{\rho V_\phi^2}{2} + \frac{\rho V_{z0}^2}{6}. \quad (6.8.42)$$

ამგვარად, უკანასკნელი განტოლება ამყარებს დამატებით კავშირს ნაკადის ვერტიკალურ სიჩქარესა და ბრუნვითი მოძრაობის სიჩქარეს შორის.

$$W_{z0}^2 = 3W_\phi^2 + 6(\bar{P} - P_0) / \rho. \quad (6.8.43)$$

შესაბამისად ვღებულობთ:

$$(2 + m)V_\phi^2 = F(H) + (2(1 - m)(p_0 / p_H) \Delta p_T - 6(\bar{P} - p_0)) / \rho_0. \quad (6.8.44)$$

ჰიდროდინამიკასა და აეროდინამიკაში მიღებულია რომ დიდ მოცულობაში გამოტყორცნილი ნაკადის სტატიკური წნევა ტოლია იმ გარემოს წნევისა, რომელშიც იგი გამოედინება. ამიტომ, მოხვევის შემდეგ ნაკადის საშუალო წნევა \bar{P} , საკმაოდ მიახლოებით, შეგვიძლია ატმოსფერული წნევის ტოლად ჩავთვალოთ

$\bar{P} \approx P_0$. ამ შემთხვევაში, ვღებულობთ გამარტივებულ ფორმულებს ტორნადოს სიჩქარეების საანგარიშოდ:

$$(2+m)V_\varphi^2 = F(H) + 2(1-m)(p_0/p_H)\Delta p_T / \rho_0. \quad (6.8.45)$$

$$V_{z0}^2 \approx 3V_\varphi^2. \quad (6.8.46)$$

პერიფერიაზე წრიული მოძრაობის არსებობა დაახლოებით ერთნახევარჯერ ზრდის ვერტიკალური ნაკადის კინეტიკურ ენერგიას.

როგორც ვხედავთ(6.8.45) ფორმულიდან, ვერტიკალური ნაკადის სიჩქარე, გარდა ტორნადოს სიმაღლისა (H), დამოკიდებულია ზედა ფენებში ჰაერის პარამეტრებზე (P_H, T_H), დრუბლანობაზე და მიწის ზედაპირთან ჰაერის წნევაზე (P_0). ქვემოთ, ცხრილში მოცემულია ამ ფუნქციის მნიშვნელობა სხვადასხვა სიმაღლის ტორნადოსათვის, როდესაც:

$$P_0 \approx 100000 \text{ pa}, \quad c_p \approx 1000 \text{ j/kg} \cdot \text{K}.$$

ცხრილი (6.8.1)

ტორნადოს ძირითადი პარამეტრები

სიმაღლის მიხედვით

H , m	P _H , Pa	T _{Hs} , K	T _H =T _{Hs} + ΔT k	m	V _φ , m/se c	V _{Zz} , m/se c
500	9546	28	3	0,06	38	65,9
	0	5	05	6		
100	8988	28	3	0,06	37,5	65
0	0	1	01	7		
150	8456	27	2	0,06	36,3	62,8
0	0	8	98	7		
200	7950	27	2	0,06	34,6	60
0	0	5	95	8		
250	7469	27	2	0,06	33,62	58,2
0	0	1	91	9		
300	7012	26	2	0,06	30,58	53,0
0	0	8	88	9		
350	6578	26	2	0,07	26,97	46,7
0	0	5	85			
400	6166	26	2	0,07	21,9	38,0
0	0	2	82	1		
450	5775	25	2	0,07	18,6	32,1
0	0	8	78	2		
500	5405	25	2	0,07	-	-
0	0	5	75	2		

ცხრილი (6.8.2)

ფუძიტას შკალა

EF Scal Categories	Wind Speed Ranges
EF0	55-85
EF1	86-110
EF2	111-135
EF3	136-165
EF4	166-200
EF5	>200

ცხრილში მიღებული სიჩქარეები საგრძნობლად ჩამორჩება ფუძიტას შკალით მიღებულ სიჩქარეებს, ეს იმას ნიშნავს რომ ატმოსფეროს ზედა ფენებში წნევა საგრძნობლად იცვლება ან არადა არსებული უწყვეტი ტანის კლასიკური მეთოდებით ტორნადოს რიცხვითი გაანგარიშება შეუძლებელია.

ზემოთ მოყვანილი გაანგარიშება ჩატარებულია ღრუბლებში საკმაოდ მაღალი ტემპერატურის პირობებში ($\Delta T = 20 K$), ხოლო წნევა მიწის ზედაპირზე აღებულია სტანდარტულზე 3 პროცენტით დაბალი. წნევების მცირედი მომატება და ღრუბლების ტემპერატურის დავარდნა მკვეთრად ამცირებს ტორნადოს ენერჯის და შეუძლებელს ხდის მის არსებობას.

დაკვირვებების მიხედვით, ტორნადოებში სიჩქარეები გაცილებით მეტი შეიძლება იყოს. ჩვენს მიერ მიღებულ საანგარიშო გამოსახულებებში დაბალი ატმოსფერული წნევის ჩასმის შემთხვევაში, ნაკადის ვერტიკალური სიჩქარე აღწევს კოლოსალურ სიდიდეებს (150 და 300 მ/წმ-მდე), ანუ მიიღწევა ფუძიტას შკალაში ასახული ნებისმიერი სიჩქარე და ენერჯია. ეს ფაქტი მეტყველებს იმაზე, რომ მსგავსი სტიქიური ბუნებრივი პროცესები წარმოიშობა მომატებული ტურბულენტობის და ატმოსფეროს პარამეტრების ძლიერი ცვალებადობის (კერძოდ წნევის ძლიერი ვარდნის) პირობებში. მართლაც, როგორც ცნობილია, ძლიერი ნალექები და ტორნადოები წარმოიშობა მაშინ, როდესაც დედამიწის დიდ

ფართობზე დაისადგურებს დაბალი წნევა, რასაც, როგორც წესი, თან სდევს ციკლონების წარმოშობა.

VI თავის დასკვნა

ტორნადოს ტიპის ბუნებრივ მოვლენებში ენერჯის გენერაციის ერთ-ერთ უმთავრეს მიზეზად განხილული უნდა იქნას რთულ, მრავალკომპონენტთან (ზოგად შემთხვევაში, სამფაზიან) თერმოდინამიკურ სისტემაში ფაზური გარდაქმნების ურთიერთსაწინააღმდეგო პროცესების ციკლური მონაცვლეობა. კერძოდ, ნისლის აორთქლება ზედა, დაბალტემპერატურულ ფენებში (ან ტორნადოს ზედა ნაწილში) და კონდენსაცია ვერტიკალური ნაკადის ქვედა ნაწილში, სადაც წნევა და ტემპერატურა შედარებით მაღალია. გარემომცველი ატმოსფეროს სითბოდან ენერჯის გენერაციის ამ გზის მართებულობა იმითაც დასტურდება, რომ კლასიკური ტიპის დიდი სიმძლავრეების სტაბილური ტორნადოები მხოლოდ ღრუბლიან (ანუ მრავალფაზიან) ატმოსფეროში ფიქსირდება.

ძირითადი დასკვნები

სადისერტაციო ნაშრომის მიხედვით შეიძლება გაკეთდეს შემდეგი დასკვნები:

1. საჰაერო ტრანსპორტის უსაფრთხო ფუნქციონირებისა და ფრენის პირობების სრულფასოვანი პროგნოზირების მიზნით, პროგნოზირების მეთოდოლოგიაში გათვალისწინებული უნდა იქნას, რომ, როდესაც უწყვეტი გარემო განიხილება როგორც რთული თერმოდინამიკური სისტემა, რომელიც, გარდა სითბოტევადობისა, ხასიათდება ენერჯის აკუმულირების დამატებითი მექანიზმებით (ენერჯის აკუმულირება ტურბულენტობის ენერჯიაში ან ფაზურ გარდაქმნებში) მაშინ, ასეთ სისტემაში, ციკლური პროცესების გარკვეული, უწყვეტი მონაცვლეობით, შესაძლებელია მექანიკური ენერჯის გენერირება გარემომცველი სივრცის თბური ენერჯის ხარჯზე, რაც შესაძლოა განხილული იქნას, როგორც ტორნადოს ტიპის ატმოსფერული მოვლენების დამანგრეველი ეფექტის თეორიული საფუძველი.

2. საფრენი აპარატების კონსტრუირებისა და სრულყოფის მიზნით გამოყენებული ფუნდამენტური განტოლებების ანალიზი, დროითი მასშტაბების ცვალებადობის გათვალისწინებით ადასტურებს, რომ, ბრუნვითი და სპირალური დინებების დროს, როდესაც $VgradV^2 \rightarrow 0$ ტურბულენტური სიბლანტის გამოსახულების პირველი წევრი მიისწრაფის ნულისაკენ, ხოლო მეორე უსასრულობისაკენ, რაც იწვევს დინების სრულ რესტრუქტურირებას ან ბიფურკაციებს. ამასთან არსებობს რეჟიმები, როდესაც ტურბულენტობის სიბლანტის კოეფიციენტი ღებულობს როგორც ნულოვან, ისე უარყოფით მნიშვნელობებს. შესაბამისად, ტორნადოს გაძლიერების ერთერთ ძირითად მიზეზად შესაძლოა განხილული იყოს ისეთი ზონების არსებობა, რომლებშიც ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტი უარყოფით მნიშვნელობას ღებულობს. შედეგი სრულ თანხვედრაშია ამერიკის და რუსეთის წამყვან კვლევით ცენტრებში, რომლებშიც დადასტურებულია უარყოფითი ტურბულენტური სიბლანტის კოეფიციენტის არსებობა.

3. ფურიეს მწკრივების გამოყენებით გაზის ერთგანზომილებიანი პულსირებადი ნაკადების ანალიზი ადასტურებს, რომ ნაკადის გასწვრივ რხევათა მთავარი სიხშირე (ან დროითი მასშტაბი) უცვლელია, შესაბამისად, სრულიად განსხვავებული

მეთოდოლოგიური მიდგომით, მიღებულია შედეგი, რომელიც სრულ თანხვედრაშია სივრცითი დინების უწყვეტობის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრების გზით მიღებულ შედეგთან, რომლის თანახმადაც დროითი მასშტაბის გრადიენტები მიმართულნი არიან სიჩქარის ვექტორის V მართობულად $Vgrad\tau_0 = 0$ და დადასტურებულია მართებულობა ტურბულენტობის ახალი თეორიისა, რომელშიც, ტურბულენტობის პრობლემის გადასაჭრელად, ნაცვლად სივრცითი მასშტაბებისა, შემოღებულია დროითი მასშტაბები.

4. ტორნადოში მიმდინარე პროცესების თერმოდინამიკური ანალიზით, დადასტურებულია რომ, თუკი ატმოსფეროს ზედა ფენებში, დაბალი ტემპერატურის პირობებში, ხდება ნისლის აორთქლება და ჰაერისაგან სითბოს შთანთქმა, ხოლო ქვედა ფენებში, შედარებით მაღალი წნევისა და ტემპერატურის პირობებში, ხდება ორთქლის კონდენსაცია და მაღალ ფენებში შთანთქმული სითბოს გამოყოფა ატმოსფეროს დაბალ ფენებში, მაშინ, ასეთი სახის ციკლური პროცესები უზრუნველყოფენ მექანიკური ენერჯის გენერაციას ატმოსფერული სითბოს ხარჯზე, რაც შესაძლოა დანხილული იქნას როგორც ერთ-ერთი ძირითადი მიზეზი ტორნადოს დამანგრეველი ეფექტისა. ის გარემოება, რომ, კლასიკური ტორნადოები დამანგრეველი ეფექტით ფიქსირდება მხოლოდ ორფაზიან, ღრუბლიან გარემოში, დასტურია იმისა, რომ ფაზური გარდაქმნები თამაშობენ გადამწყვეტ როლს ტორნადოს ენერგეტიკულ სტაბილურობაში.

5. ორფაზიან გარემოში, ფაზური გარდაქმნების გათვალისწინებით ჩატარებული, როგორც თერმოდინამიკური ისე აეროდინამიკური გაანგარიშებები ადასტურებენ, რომ, ავტორის მიერ შემუშავებული ინტეგრალური თერმოდინამიკური და აეროდინამიკური მეთოდები ტორნადოს პარამეტრების გასაანგარიშებლად, საშუალებას იძლევიან, ატმოსფერული ტურბულენტობის და ატმოსფერული წნევის საგრძნობი ცვალებადობის შემთხვევაში, დაფიქსირებული იქნას ფუძიტას შკალაში ასახული ისეთი მაღალი სიჩქარეები და ენერგეტიკული მახასიათებლები. შესაბამისად, მიღებულია მეთოდოლოგია, რომელიც საშუალებას იძლევა, ატმოსფეროს სინოპტიკური პარამეტრების გადახრების საფუძველზე

მოხდეს პროგნოზირება ტორნადოს ტიპის სტიქიური მოვლენების წარმოშობისა, რაც ძალზედ მნიშვნელოვანია ავიაციის უსაფრთხო ფუნქციონირებისათვის.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. Aptsiauri A. – Solution Of Turbulence Problem Based On Tensor Analysis//“Problems of Mechanics”, Tbilisi, № 2 (59), 2015, pp. 44-52.
2. Aptsiauri A.- Exact Analytical Expression For The Turbulent Stress Tensor- National Agency of Intellectual Property of Georgia. Certificate N 6385. 21.10.2015
3. Aptsiauri A. – The Exact Expression Of Turbulent Stress Tensor And Calculation Results - Materials of International Conference. Georgian Aviation University. Tbilisi. 29 sept. 2015. pp 5-6.
4. Aptsiauri A. - Exact System Of Equations For Turbulent Flows-//“Problems of Mechanics”, Tbilisi, № 4 (61), 2015, pp. 45-48
5. Aptsiauri A.– Non-equilibrium thermodynamics – Monograph, ISBN 978-9941-429-09-5, Kutaisi, 2011,180 p.
6. Aptsiauri A.– Non-equilibrium thermodynamics – Monograph, ISBN 978-3-659-17188-8, Lambert Academic Publishing, Saarbrucen, 2012, 285 p.
7. Aptsiauri A.- Werbelphysik stellt Entropiesat in Frage-Raum und Zeit-185/2013, 56-60 pp.
8. Aptsiauri A. –Conflict of basic laws in neighborhood of absolute zero and possibility of its elimination by taking into account power of vacuum –ISSN 1939-5825, Nova Science Publishers, Inc. V.6 , N3, 191-204 pp.
9. Aptsiauri A. – Generation Of Energy From Equalibrium Environment - The AbiliTy Relevance And Prospects.
<http://www.sciteclibrary.ru/eng/catalog/pages/13156.html>
10. Aptsiauri A.. - Generation Of Usable Energy By Alternation Of Internal Accumulation And Energy Release Processes And Water As Strange Fuel.
<http://www.sciteclibrary.ru/eng/catalog/pages/13155.html>
11. Aptsiauri A.. - General Principles Of Useful Energy Generation From Equilibrium Environment – Circulation Of Energy Ande Implosion Against The Second Law
<http://www.sciteclibrary.ru/eng/catalog/pages/13154.html>
12. Aptsiauri A.. – Equation For Entropy Of Open Non-Equilibrium Systems
<http://www.sciteclibrary.ru/eng/catalog/pages/13153.html>

13. Aptsiauri A.. - Carnot's Theory As A Special Case And The Violation Of The Second Law Of Thermodynamics Due Circulation Of Heat In One-Dimensional Supersonic Flow Of Heat-Conducting Gas.
<http://www.sciteclibrary.ru/eng/catalog/pages/11895.html>
14. Aptsiauri A., Aptsiauri G. - Principle of frequency gradients and energy conservation laws for the integrated flux as a basis for solving the problem of turbulence. //International Scientific Journal of IFToMM "Problems of Mechanics", Tbilisi//, № 2(63), pp. 50-55,2016.
15. Aptsiauri A., Aptsiauri G.- Secret Of Tornado, Retribution Of Nature And Basis For Energetics Of Future - Scientific Journal Of IFToMm - "[PROBLEMS OF MECHANICS](#)" 4(65) 2016
- 16 Aptsiauri G. - Conservation Of Time Scale For One-Dimensional Pulsating Flow - "TRANSACTIONS OF A. RAZMADZE MATHEMATICAL INSTITUTE" Volume 171. Issue 3, 2017, page 253-256
- 17 Aptsiauri G. Integral method for evaluation and prediction of tornado-[SCIENTIFIC JOURNAL OF IFToMM "PROBLEMS OF MECHANICS"](#) № 1(58) 2015
- 18 Aptsiauri A., Aptsiauri G. - Neglet Of Time Scale – The Main Assumption, That Leads To The Problem Of Turbulence "TRANSACTIONS OF A. RAZMADZE MATHEMATICAL INSTITUTE" Volume 171. Issue 3, 2017, page 253-256
- 19 Aptsiauri A., Aptsiauri G., Kipiani G. - The New System Of Differential Equations For Turbulent Flow Modeling –International Conference on Differential & Difference Equations and Applications, June 5-9, 2017 Amadora, Portugal
- 20 Aptsiauri G. – The Possibility Of Tornado Analysis. 55-60, № 1(11)2016
21. G. Aptsiauri, A. Aptsiauri, PARTICULARITIES OF INTEGRATING THE PERIODIC FUNCTIONS IN THE PRESENCE OF THE TIMESCALE GRADIENTS AND TURBULENCE ISSUES Transactions of A.Razmadze Mathematical Institute Vol. 173 (2019), 3–8 pp
22. Berson F.A, Power H. On the geo-electromagnetic aspects of tornado initiation // J. Pure Appl. Geoph. 1972, V.101, No.1, P.221-230.
23. Batchelor G.K. Computation spectrum in homogeneous two;dimensional turbulence // Phys. Fluids. – 1969. – 12. – P. 233 – 239.
24. Bluestein H. Synoptic-dynamic meteorology in mid-latitudes. Volume 2.Observations and theory of weather systems. Oxford University Press: 1992. 594 pp.

25. **Brooks, H. E., and C. A. Doswell** “Some aspects of the international climatology of tornadoes by damage classification”. *Atmos. Res.*, 56, 191-201.
26. Bluestein H. *Synoptic-dynamic meteorology in mid-latitudes. Volume 2. Observations and theory of weather systems.* Oxford University Press: 1992. 594 pp.
27. Canuto V.M., Dudovikov M.S. A new approach to turbulence // *J. Modern physics.* – 1997. – 12, № 18. – P. 3121;3152.
28. Churilov S.M., Shuchman I.G. // *J. Fluid Mech.* 1992. V.243. P.155-169.
29. **Concannon, P.R., Brooks H.E., Doswell C.A.** “Climatological risk of strong and violent tornadoes in the United States”. Preprints, 2nd Conf. On Environmental Applications , Amer. Meteor. Soc., Long Beach, California. American Meteorological Society, 212-219.
30. **Doswell, C.A., and Burgess D.W.** - “On some issues of the United States tornado climatology”. *Mon. Wea. Rev.*, 116, 495-501.
31. D. C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*, 3rd ed. DCW Industries, 2006
32. Etkin D.A. Beyond the year 2000, more tornadoes in western Canada? Implications from the historical record// *Natural Hazards, Nat. Hazards.* 1995. V.12. No.1. P.19-27.
33. E. S. Posmentier//*Geophys. J. R.astr. Soc.* (1967), 13, pp.487 - 501.
34. **Grazulis, T.P.** “Significant Tornadoes, 1680-1995”. Environmental Films, St. Johnsbury, VT, 1326 pp.
35. Garbaruk A., Shur M., Strelets M., Travin A. - “Supersonic base flow”. In: Haase W., Braza M., Revell A. (eds) “DESider - A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling”. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, v. 103. Springer, 2009, pp. 197-206.
36. Gilbert Anthony. Tornado With a Measured Intensity of T3 at Hill Head, Hampshire, 5, November 1999. // *J.Meteorol.* 2000. 25, N254. c.361-367.
37. Heisenberg W. Zur statistischen theorie turbu; lenz // *Zs. Phys.* – 1948. – 124, № 7–12. – S.628;657.
38. Ivannikov V., Gaissaryan S., Avetisyan A., Padaryan V. Improving properties of a parallel program in ParJava Environment // *The 10th EuroPVM/MPI conference. LNCS 2840.* Sept. 2003, Venice. pp. 491-494.
39. Jones W. P. and Launder B. E. (1972), "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, 1972, pp. 301-314.
40. Jones Bredberg - On Two-equation Eddy-viscosity models –Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2001.

41. Kipiani Gela, Aptsiauri Gegi, Zambakhidze Leri, Churchelauri Zviad, Paresishvili Akaki, Okropiridze Goga. Stability of thin-walled spatial systems with discontinuous parameters//Contemporary problems of architecture and construction. Proceedings of 8th International Conference Contemporary Problems of Architecture and construction. Yerevan - Armenia, October 26-28, 2016. pp. 171-173.
42. Kraichnan R.H. Statistical dynamics of 2D flow // J. Fluid Mech. – 1975. – 67. Part 1. – P. 155 – 175.
43. Kossin J.P., Shubert W.H. // J. Atmos. Sci. 2001. V. 58. P.2196 – 2209.
44. Korpov B.M., Korpov V.M., Makarova T.I. and G.S.Golitsyn. Coherent structures in the atmospheric surface layer under stable conditions // Bound-Layer Meteorology.2004.V.111.No.1.P.19-32.
45. Launder, B. E., and Sharma, B. I. (1974), "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc", Letters in Heat and Mass Transfer, vol. 1, no. 2, pp. 131-138.
46. Leith C.E. Diffusion approximation for two; dimensional turbulence // Phys. Fluids. – 1968. – 11. – P. 671 – 673.
47. Menter F. R., Kuntz M., and Langtry R. “Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model”, Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, pp. 625 – 632
48. Montgomery M.T., Vladimirov V.A.,Denissenko P.V. // J.Fluid Mech.2002.V.471.P.1-32.
49. M. Wolfshtein, S. Zeierman-Turbulent time scale for turbulent flow calculations-AIAA JOURNAL, VOL, 24, No 10, pp. 1606-1610
50. Nikolaevskiy V.N. Angular Momentum in Geophysical Turbulence: Continuum. Spatial Averaging Method. Dordrecht: Kluwer (Springer). 2003. P. 245.
51. P.A. Durbin, Near-wall turbulence closure modeling without damping functions. Theoretical Computational Fluid Dynamics, 3: 1-13, 1991
52. Pao Yin Ho. Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wave;numbers // Phys. flu; ids. – 1965. – 8, № 6. – P. 1063–1075.
53. Scott - Pomerantz, Colleen Dawn (2005) The K-epsilon model in the theory of turbulence, Doctoral Dissertation, University of Pittsburgh.
54. Spalart P. R., Allmaras S. R. “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows”, AIAA Paper 1992-0439
55. Stephens R.W.B., Bate A.E. – Acoustics and vibrational physics-2nd ed. //Edward Arnold, London,1966 .

56. Shur M., Strelets M., Travin A. “High-Order Implicit Multi-Block Navier-Stokes Code: Ten-Years Experience of Application to RANS/DES/LES/DNS of Turbulent Flows,” Invited lecture. 7th Symposium on Overset Composite Grids and Solution Technology, October 5-7, 2004, Huntington Beach, USA
57. S. Thangam, R.Abid, C.G. Speziale - Application of a new K-tau model to near wall turbulent flows. AIAA JOURNAL 30:2, 552-554.
58. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. R. “Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows”, Proceedings of Euromech Coll. “LES of complex transitional and turbulent flows”, Munich, Germany, 2002.
59. Wilcox, D. C. (2008), Formulation of the $k-\omega$ Turbulence Model Revisited 46 (11), AIAA Journal, pp. 2823–2838, [Bibcode:2008AIAAJ.46.2823W](#), [doi:10.2514/1.36541](#)
60. Wilcox, D.C. (2004), Turbulence Modeling for CFD, [ISBN 1-928729-10-X](#), 2nd Ed., DCW Industries, Inc.
61. Wilcox D.C. “A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows”, AIAA Paper 1993-2905
62. Wilczak J.M. and others // Monthly Weather Review. 1992. V.120. P.497-520.
63. Z. Yang, T.H. Shin - New time scale based K-epsilon model for near-wall turbulence- AIAA JOURNAL Vol. 31. No 7, July 1993.
64. Апциаури А. - УРАВНЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВА ЭНТРОПИИ ДЛЯ ОТКРЫТОЙ СИСТЕМЫ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ГЕНЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ ИЗ ТЕПЛА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ - ФИЗИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ ТОРНАДО.
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13644.html>
65. Апциаури А. - ГЕНЕРАЦИЯ ПОЛЕЗНОЙ ЭНЕРГИИ ПУТЕМ ЧЕРЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ВНУТРЕННЕЙ АККУМУЛЯЦИИ И ВЫСВОБОЖДЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ВОДА, КАК СТРАННОЕ ТОПЛИВО
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12942.html>
66. Апциаури А.- УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЭНТРОПИИ ОТКРЫТЫХ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМ И НАРУШЕНИЕ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11741.html>
67. Авраменко А.А., Басок Б.И., Тыринов А.И., Кузнецов А.В. – “ЭФФЕКТ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ” - Институт технической теплофизики НАН Украины, Университет штата Северная Каролина, США

68. Аветисян А.И., Бабкова В.В., Гайсарян С.С., Губарь А.Ю. "Моделирование интенсивных атмосферных вихрей в среде ParJava."// Шестая международная конференция "Перспективы систем информатики",
69. Арсеньев С.А., Губарь А.Ю., Николаевский В.Н. Самоорганизация торнадо и ураганов в атмосферных течениях с мезомасштабными вихрями. // ДАН, 2004, т.396, № 4, с.541-546.
70. Васильев В.А, Романовский Ю.М, Яхно В.Г. Автоволновые процессы. М.: Наука, 1987. С.240.
71. Голицын Г.С., Гостинцев Ю.А., Солодовник А.Ф. Плавучая турбулентная струя в стратифицированной атмосфере. // ЖПМТФ.1989.№4.С.61-72.
72. Голицын Г.С. Статистика и энергетика тропических циклонов//ДАН. 1997. Т.354. №4. С.535-538.
73. Глазков В.В., Синкевич О.А., Смирнов Е.П. Мно гофазный перенос энергии и массы в атмосфере и механизм образования торнадо. Тр. 1-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Т. 5. Москва, 1994. С. 40.
74. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. М.: Машиностроение, 1978. С.463.
75. ЖукВ.В., НатансонГ.И. –Тригонометрические ряды Фурье и элементы теории аппроксимации./Fourier trigonometric series and elements of the theory of approximation/.Изд-воЛенингр. ун-та, Денинград,1983.
76. Кушин В.В. Смерч. М.: Энергоатомиздат, 1993
77. Мак-Коннел А. Дж. Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике. /Introduction to tensor analysis with applications to geometry, mechanics, and physics /Физматлит, Москва,1963.
78. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1—2, М., 1965—67
79. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энерго атомиздат, 1984.
80. РуденкоО.В., Солуян С.И. – Теоретические основы нелинейной акустики. /Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics/Наука, Москва, 1975
81. Синкевич О.А. Модель течения в воронке торнадо с учетом фазовых превращений // ТВТ. 1996. Т. 34. № 6 . С. 936.
82. Синкевич О. А., Чикунов С. Е. Тепломассоперенос в воронке торнадо (численное моделирование). Тр. 2-й Рос. Нац. конф. по теплообмену. Т. 4. Москва, 1998. С. 360.
83. Синкевич О. А., Чикунов С. Е., Численное моделирование двухфазного течения в воронке торнадо, ТВТ, 2002, том 40, выпуск 4, 652–661

84. Старр В. Физика явлений с отрицательной вязкостью. – М.:Мир,1971 – 260 с.
85. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей (2т). М.: Мир, 1991.
86. Хаин А.П., Сутырин Г.Г. Тропические циклоны и их взаимодействие с океаном. Л.: Гидрометеоздат, 1983. С.272.
87. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. М: Изд-во Московского Университета, 1986. С.240.