საქართველოს საპატრიარქოს წმინდა ტბელ აბუსერიძის

სახელობის უნივერსიტეტი

ჰუმანიტარულ მეცნიერებათა და განათლების ფაკულტეტი

მათემატიკის მიმართულება

ინეზა ბოლქვაძე

„ გეომეტრიის სწავლების მეთოდიკა საშუალო დონეზე“

ნაშრომი შესრულებულია მათემატიკის მაგისტრის ხარისხის მოსაპოვებლად

ხელმძღვანელი

პროფესორი : გივი ჭუმბურიძე

ხიჭაური

2019

ანოტაცია

მათემატიკის სწავლების დროს ტრადიციულად ვპასუხობთ კითხვებზე „რა ვასწავლოთ“, „როგორ ვასწავლოთ“ და „ვის ვასწავლოთ“. ყურადღების მიღმა კი გვრჩება შეკითხვა „რატომ“, ანუ მოსწავლეს მეტად უნდა დავანახოთ ამა თუ იმ მათემატიკური ფაქტის შესწავლის საჭიროება , სახელმძღვანელოები და საკლასო მუშაობა მეტად უნდა დავტვირთოთ გეომეტრიული ამოცანებით, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენებას და ამავე დროს ამოცანების შინაარსი და მათი ამოხსნისას გამოყენებული მეთოდები და/ან ხერხები არ სცილდება საშუალო სკოლის მათემატიკის პროგრამას . ამით ჩვენ ხელს ვუწყობთ მოსწავლეთა შინაგანი მოტივაციის ამაღლებას , მათი ცოდნის გაღრმავებას და კრიტიკული აზროვნების ჩამოყალიბებას.მარტივად რომ ვთქვათ, მოსწავლეებს ვასწავლით ანალიზურ აზროვნებას.

ისტორიული გამოცდილება ადასტურებს , რომ მათემატიკის სწავლება ყველა საფეხურზე საჭიროა მიმდინარეობდეს შეგნებულად. საჭიროა მასწავლებელმა უპირატესობა მიანიჭოს მოსწავლეთა მსჯელობას და აზროვნებას, ვიდრე მასალის ზეპირად დასწავლას. მან უნდა შეძლოს მოსწავლეთა აზრების ამოცნობა-წაკითხვა, მეტად უნდა წაახალისოს და მხარი დაუჭიროს მოსწავლეთა ინდივიდუალურ იდეებსა და მოულოდნელ აღმოჩენებს.

Annotation

When we teach math, we tradiotionally answer the questions of “What to teach?”, “How to teach?” and “Whom to teach?”. The question “Why” is left out of the attention, the learner needs to show more mathemetical facts, texstbooks and class room work with geometrical tasks that requirethe use of special methods and/or techniques and the content of the tasks and their solutions. Using methods and tools don’t gobeyond the high scool math program doing so, we help to encourage students intrinsic motivation, deepen their knowlage, and develop critical thinking. Simply, we teach students analytical thinking.

Historical experience has shown that teaching math at all levels needs to be done consciously. The teacher needs to prioritize students reasoning and thinking rather then teaching the material orally.He/She should be able to read the students thoughts, encourage and support the students individual ideas and unexpected discoveries.

შესავალი

როგორ იქმნებოდა და ვითარდებოდა გეომეტრია

გეომეტრიის წარმოშობისა და განვითარების ისტორია შეიძლება სამ ეტაპად დავყოთ:

I. - ჩასახვის პერიოდი (უძველესი დროიდან ძვ.წ.ა VII საუკუნემდე),
II. - გეომეტრიის მეცნიერულ თეორიად ჩამოყალიბება (იწყება ძველი საბერძნეთის გეომეტრიით ძვ.წ.ა VII-I საუკუნეებში და გრძელდება ახ.წ.ა XVII საუკუნემდე),
III. -თანამედროვე ეტაპი - თანამედროვე წარმოდგენები გეომეტრიაზე, გოემეტრიის სხვადასხვა სისტემის შექმნა (პერიოდი XVII საუკუნიდან).

შეუძლებელია გეომეტრიული ცოდნის ჩასახვის ზუსტი თარიღის დადგენა- გეომეტრიული ფაქტები და გეომეტრიულიცოდნა კაცობრიობის ცივილიზაციის იმ პერიოდსაც უკავშირდება, როცა დამწერლობა არ არსებობდა.

გეომეტრიის განვითარების პირველ პერიოდს პრაქტიკული გეომეტრიის პირველ პერიოდსაც უწოდებენ. პრაქტიკული გეომეტრიის წესები ეხმარებოდა ადამიანებს აეშენებინათ ქოხი, გაეთხარათ გამოქვაბული, გაეშალათ კარავი, დაემზადებინათ სასურველი ფორმის იარაღი.

მეცნიერების სახით გეომეტრია ძირითადად ჩამოყალიბდა და განვითარდა ძველ საბერძნეთში (ძვ.წ.ა.VII-Iსაუკუნეებში). გაჩნდა გეომეტრიული ფაქტების დასაბუთების ნიმუშები. მაგალითად, ვერტიკალური კუთხეების ტოლობის შესახებ თეორემა პირველად ბერძენმა მათემატიკოსმა და ასტრონომმა თალესმა(ძვ.წ.ა. 640-546) დაამტკიცა. იქამდე კი იგი ეგვიპტეში ეცნობოდა მათემატიკას. თანამედროვეები თალესს საბერძნეთის შვიდ უდიდეს ბრძენს შორის ასახელებენ.

მაშინდელ ბერძნულ სასწავლებლებში გეომეტრია ისწავლებოდა იმ შვიდ საგანს შორის(გრამატიკა,ლოგიკა, ასტრონომია, მუსიკა, გეომეტრია, არითმეტიკა), რომლებიც განათლების აუცილებელ ნაწილად ითვლებოდა.

მეცნიერული ცოდნის, კერძოდ, გეომეტრიული ცოდნის პირველ დაწესებულებად იქცა პლატონის (ძვ.წ.ა. 428-398) მიერ აკადის მთაზე დაარსებული ფილოსოფიური სკოლა- პლატონის „აკადემია". პითაგორას გავლენით იგი თვლიდა, რომ ყოველი ფილოსოფოსისთვის აუცილებელია მათემატიკის, კერძოდ გეომტრიის ცოდნა. მისი აკადემიის კარზე ასეთი წარწერა იყო: „ვინც გეომეტრია არ იცის, აქ ნუ შემოვა".

არაერთი მეთოდი, რომლსაც დამტიცების დროს ვიყენებთ, პლატონის მიერაა შემოღებული. მაგალითად, მე-7 კლასში საწინააღმდეგოს დაშვების გზით თეორემის დამტკიცების მეთოდი-იგი პლატონის მიერაა აღმოჩენილი.

დიდ ბრძენ მოაზროვნეებს და მათ შემოქმედებას ძველ საქართველოშიც იცნობდნენ. ამაში თუნდაც შოთა რუსთაველის უკვდავი სტრიქონები დაგვემოწმება:

„ვიცი ბოლოს არ დამიგმობ ამა ჩემსა გაზრახულსა.

კაცი ბრძენი ვერ გასწირავს მოყვარესა მოყვარულსა,

მე სიტყვასა ერთსა გკადრებ, პლატონისგან სწავლა-თქმულსა:

„სიცრუე და ორპირობა ავნებს ხორცსა, მერმე სულსა“.

ასევე, ყველა სხვა მეცნიერებაზე მეტად მათემატიკით დაინტერესებული იყო გამოჩენილი ქართველი საზოგადო მოღვაწე და პუბლიცისტი გიორგი ნიკოლაძე. მათემატიკის სხვადასხვა ნაწილებიდან განსაკუთრებით იტაცებდა გეომეტრია. მისმა მეცნიერულმა შრომებმა მსოფლიოში აღიარებული არაერთი მეცნიერების უმაღლესი შეფასება დაიმსახურა.

გიორგი ნიკოლაძეს გეომეტრიის სკოლაში სწავლების საკითხებიც აფიქრებდა. იგი თვლიდა, რომ გეომეტრიის შინაგანი სილამაზის გაგება მხოლოდ მისი მისაწვდომი და მარტივი გადმოცემითაა შესაძლებელი. [24]

დღესდღესობით, მათემატიკის სწავლების მდგომარეობის კრიტიკული ანალიზი ცხადყოფს, რომ მოსწავლეთა უმეტესობა სუსტად ფლობს ამოცანების ამოხსნის ხერხებს, განსაკუთრებით ეს ეხება გეომეტრიული შინაარსის ამოცანებს. საშუალო სკოლის მათემატიკის მაღალი კლასები სასწავლო სახელმძღვანელოებში საჭიროზე ნაკლები დრო აქვს დათმობილი გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნას, რასაც ვერ ვიტყვით გეომეტრიული მასალის თეორიულ საკითხებზე.

მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის ერთ-ერთი აქტუალურო პრობლემაა სწორი თანაფარდობის აღდგენა თეორიასა და პრაქტიკას შორის . ეს პრობლემა ცხადია უნდა გადაწყდეს ამოცანების ამოხსნის სწავლების დროს. ამოცანების ამოხსნის ნარი და ჩვევები დამოკიდებულია არა მარტო ამოხსნილი ამოცანების რიცხვზე, არამე ამოცანების შინაარსსა და ამოხსნის ხერხებზე.

ცოდნა-ჩვევეის სრულფასოვნების უმნიშვნელოვანესი მაჩვნებელია თუ რამდენად გააზრებული და გაცობიერებულია ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეტოდების და ხერხების ცოდნა მოსწავლეთა მიერ, არამედ ისიც, თუ რამდენად ღრმად, საფუძვლიანად და მტკიცედ აქვს ათვისებული ის მოსწავლეს. ამიტომ ამოცანების მოხსნის სპეციალური მეთოდების და ხერხების ცოდნის მტკიცედ დაუფლება სწავლების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანესი ამოცანაა და ამავე დროს სწავლების ზოგად მეთოდოლოგიური დიდაქტიკური პრინციპის ერთ-ერთი შემადგენელი ნაწილია.ე პრინციპი გულისხმობს, უპიველეს ყოვლისა სასწავლო მასალის ისე მიწოდებიას, რომ მოსწავლე მტკიცედ იმახსოვრებდეს და ამის საფუძველზე უნარი შესწევდეს თავისუფლად ღადგინს თავის მეხსიერებაში ის, რაც მან ადრე სწავლების პროცესში აღიქვა და აითვისა.[22]

ცოდნა-ჩვევების განმტკიცება მჭიდროდაა დაკავშირეული გავლილი და ახალი მასალის თანმიმდევრულ ურთიერთკავშირზე, ამისათვის კი აუცილებელია დიდაქტიკის პრინციპების დაცვა, კერძოდ მასწავლებელმა ამოცანის ამოხსნის სპეციალური მეთოდების და ხერხების სწავლება არ უნდა დაიწყოს მანამ, ვიდრე მოსაწავლეები საფუძვლიანად არ შეისწავლიან ამოცანების ამოხსნის ალგორითმულ ხერხებს, ამავე დროს უნდა დაიცვას გავლილი მასალიდან ახალ მასალაზე გადასვლის დიდაქტიკური მოთხოვნები, რომელთა შორის მთავარია ამოცანების ამოხსნის ალგირთმული ხერხების სისტემაში მოყვანა და უმთავრესის გამოყოფა მეორეხარისხოვნისგან, ამოცანის დასმა და ახალი საკითხის ფაბული ისეთი მოხაზვა, რომ მოსწავლე ნათლად ხედავდეს ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების აუცილებლობას. ყოველივე ამით მასწავლებელი მოსწავლეებში შექმნის ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების და ხერხების სწავლების მიტივაციას და ადვილად დაძლევის განწყობას.

ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების დაუფლებისათვის დიდი მნიშვნელობა ენიჭება სისტემატიურ ვარჯიშს, რომელიც უნდა შეუფარდდეს გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანების სპეციალური მეთოდებით და ხერხებით ამოსახსნელი ამოცანების სიძნელე-სიადვილეს და მის სპეციპიკას.

მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვენბის ჩამოყალიბებეში ძლიერ გავლენას ახდენს ისეთი ამოცანები, რომლებიც უშუალოდ არ ამოიხსნება ცნობილი ალგორითმების გამოყენებით. ასეთი ამოცანების ამოხსნის პროცესი მოითხოვს შემეცბნებით აზროვნებას, რაც მოსწავლეებში აღლიერებს ამოცანების ამოხსნის გზის აღმოჩენის სიხარულს, ეს ემოციურ ფაქტორს წარმოადგენს და მოსწავლის ქცევის მძლავრი ბერკეტია. ემოციური

ფაქტორის სწრორად მართვას უარრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს ადამიანის მოქმედების ყველა სფეროში, მოსწავლის სრულყოფილ პიროვნებად ფოემირებისა და სწავლების პროცესში.

საშუალო სკოლის მათემატიკის კურსში ამოსახსნელი ამოხცანებისა და სავარჯიშოების ანალიზი ცხადყოფს, რომ გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანებს რომელთა ამოხსნისთვისაც აუცილებელია სპეციალური ხერხებისა და მეთოდების გამოყენება ეთმობა უმნიშვნელო დრო. მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის სპეციალისტთა საერთო აღიარებით საშუალოს სკოლის მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოებში არსებულ ამოცანათა სისტემებს მრავალ ნაკლი აქვს. ა.სტოილარი აღნიშნავდა,[21] რომ მათემატიკის გაკვეთილებზე ძირითადად მიმდინარეობს მათემატიკურ ტერმინებში ჩამოყალიბებული განყენებული ამოცამების საწვრთნელი ამოხსნა. ი.კოლიაგინი, ვ.ოგანესიანი და სხვ მიიჩნევენ [19] , რომ სასკოლო მათემატიკის კურსის სავარჯიშოები მწირია სააზროვნო ხასიათის და შინაარსის მხრივ, ი.გრუდიონოვი [23] აღნიშნავს მათემატიკის სასკოლო კურსის სავარჯიშოთა ერთტიპიურობას, ა.დოგრაშვილი თვლის,რომ სასკოლო სახელმძღვანელოები არ შეიცავს ალბათური და კომბინატორული შინაარსის ამოცანებს[17], თ.მორალიშვლის აზრით [10] მათმატიკის სასკოლო კურსის სავარჯიშოთა სისტემა არ არის სრუქტურულად სრული, თ.წერეთელი და გ. ბერძულიშვილი თვლიან [14],[15],[16] რომ სასკოლო კურსი არ შეიცავს გეომეტრიული შინაარისის ისეთ ამოცანებს, რომელთა ამოხსნის დროს აუცილებელია სპეციალური მეთოდების გამოყენება, გ.ბერძულიშვილი თვლის , რომ სასწავლო პროცესში ჩართული უნდა იყოს საგანათაშორისი და შიგასაგნობრივი კავშირის შინააარსის მქოენ ამოცანები.

ზოგადსაგანმანათელებლო საშუალო სკოლის მათემატიკის სახელმძღვანელოებში მოცემული სავარჯიშოთა სისტემები ფუნქციური დანიშნულების მიხედვით შეესაბამება ტრადიციულ სქემას „თეორია ⟶ ამოცანები“.მიზანშეწონილია სწავლება მიმდინარეობდეს სქემით „ამოცანები ⟶ თეორია ⟶ ამოცანები“. ამგვარი მიდგომა საშუალო სკოლის სასწავლო პრაქტიკაში აუცილებელია განმავითარებელი პრინციპების ასამოქმედებლად , როცა სწავლება მიმდინარეობს ძირითადად ამოცანების საშუალებით. ზომოთ აღინიშნული სქემა საშუალებას იძლევა განვამტკიცოთ არა მარტო თეორიული მასალის ცოდნა, მისი გამოყენების საშუალებით, არამედ დავეხმაროთ მოსწავლეებს ახალი ცოდნის დამოუკიდებლად მოპოვებაში.

გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნა სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენებით დაფუძნებულია განმავითარებელი ხასიათის სავარჯიშოების განხილვაზე.ასეთი სახის სავარჯიშოების ნაკლებობა გარკვეულ ბარიერს უქმნის გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სპეციალიური ხერხების სწავლებას.

კვლევის ობიექტი : კვლევის ობიექტს წაროადგენს გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების და/ან ხერხების სწავლების ეფექტური მეთოდიკის დამუშავება საშუალო სკოლის მათემატკის კურსისთვის.

ჯერ კიდევ სრულყოფილად არ არის დამუშავებული გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების და / ან ხერხების სწავლების მეთოდოლოგიური, თეორიული და მეთოდიკური საფუძვლები. მოსწავლეთათვის გამოცემულ დამხმარე მეთოდურ სახელმძღვანელოებსა და მოსწავლეთათვის გამოცემულ ამოცანათა კრებულებში ნაკლები ყურადღება აქვს დათმობილი გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სპრეციალური მეთოდების ან/და ხერხების სწავლების როგორც თეორიულ, ისე პრაქტიკულ საკითხებს.

კვლევის საგანი : კვლევის საგანს შეადგენს საშუალო სკოლაში გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მოთოდების და/ან ხერხების სწავლების მეთოდიკის დამუშავება.

კვლევის მიზანი : კვლევის მიზანს წამოადგენს გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სპეციალიური მეთოდების და/ან ხერხების სწავლება.

საგნის სწავლების მიზნები და ამოცანები:

ზოგასასგანმანათლებლო სკოლაში მათემატიკის სწავლების ძირითდი მიზნებია:

- მოსწავლეებისათვის აზროვენზის უნარის განვითარება;
- დედუქციური და ინდუქციური მსჯელობის, შეხედულებათა დასაბუთების მოვლენებისა და ფაქტების ანალიზის განვითარება;
- მათემატიკის, როგორს სამყაროს აღწერისა და მეცნიერების უნივერსალური ენის ათვისება;
- მათემათიკის,როგორც ზოგადსაკაცობრიო კულტურის შემადგენელი ნაწილის გაცნობიერება;
- სწავლის შემდგომი ეტაპისთვის ან პროფესიული საქმიანობის მომზადება;

- ცხოვრებისეული ამოცანების გადასაწყვეტად საჭირო ცოდნიის გადაცემა და ამ ცოდნის გამოყენების უნარის განვითარება.

ძირითადი უნარ-ჩვევები, რომელთა გამომუშავებასაც ხელს უწყობს მატემათიკის სასკოლო კურსი:

მატემათიკის ცოდნა ნისნავს მათემატიკური ცნებებისა და პროცედურების ფლობას, მათი გამოყენების უნარს რეალიური პრობლემების გადაჭრისას; აგრეტვე ოკმუნიკაციის იმ სასუალებების ფლობას, რომლებიც საჭიროა ინფორმაციის მისაღებად და გადასაცემად მათემატიკური ენისა და საშუალებების გამოყენებით.

ძირითადი უნარ-ჩვევები, რომელთა ჩამოყალიბებასაც ემსახურება თანამდროვე მათემატიკური განათლება:

მსჯელბა-დასაბუთება

- ვარაუდის გამოტქმა და კერძო შემთხვევებსი მისი კვლევა;
- საწყისი მონაცემების შეჩევა და ორგანიზება (მათ შორის აქსიომების ან/და უკვე ცნობილი ფაქტების); არსებითი თვისებებისა და მონაცემების გამოყოფა
- დამტკიცების, დასაბუთების ხერხის შერჩევა (მაგალითად: დასაბუთებისასა საწინააღმდეგოს დაშვების მეთოდის გამოყენება);
- სხვადასხვა ტიპის გამონათხვამის ადეკვატური გამოყენება, მაგალითად : პირობითი გამონათქვამის („თუ... მაშინ“), რაოდენობრივი შინაარსის გამონათქვამის გამონათქვამის , დაშვების , განსაზღვრის, თეორემების, ჰიპოთეზის, შემთხვევათა ჩამონათვალის;
- არჩეული სტრატეგიის ვარგისიანობისა და მისი გამოყენების საზღვრების განხილვა;
- მსჯელობის ხაზის განვითარება, ალტერნატიული გზის მოძებნა, მიღებული გადაწყვეტილების სისწორისა და ეფექტიანობის დასაბუთება; განზოგადებით ან დედუქციით მიღებული დასკვნების ახსნა და დასაბუთება;
- თეორემების, დებულებების დასკვნის ანალიზი ან რამდენიმე პირობის, შეზღუდვის შესუსტებით ან მოხსნით;

გამონაკლისი შემთხვევის აღნიშვნა და მათი განზოგადების არამართებულების დასაბუთება კონტრმაგალითის მოძებნით.

კომუნიკაცია

- ტერმინების, აღნშვნებისა და სიმბოლოების გამოყენება;
- ინფორმაციის წაროდგენის ხერხებისა და მეთოდების ფლობა, გამოყენება; სხვადასხვა გზით წარმოდგენილი ინფორმაციის ინტერპრეტაცია, მასზე მსჯელობა, ერთმენეთთან დაკავშირება;
- სხვისი ნააზრევის გაგება და გაანალიზება;
- ინფორმაციის მიღებისა და გადაცემის შესაფერისის საშუელებების შერჩევა აუდიტორიისა და საკითხის გათვალისწინებით;
- ინფორმაციის გადაცემისას საკთხის არსის (მაგალითად: ობიექტის არსებითი თვისებების) წარმოჩენა.

მოდელირება

- ფიგურების და ობიექტების ზომების, აგრეთვე მათ შორის მანძილების, მასის , ტემპერატურის და დროის გასაზომად გზებისა და მეთოდების პოვნა გამოყენება; პროცესის ან რეალური ვითარების მოდელირებისათვის საჭირო მონაცემების შერჩევა და პოვნა;
- ჩვეულ გარემოში (ყოველდღიურ ცხოვრებაში) მათემატიკური ობიექტებისა და პრიცესების შერჩევა და მათი თვისებების გამოყენება მოდელის აგებისას, პრაქტიკული (ყოფითი) ამოცანების გადაწრისას;
- მოცეული მოდელის ელემენტების ინტერპრეტირება, იმ რეალობის კონმტექსტში, რომელსაც იგი აღწერს და პირიქით- რეალური ვითარების დაკვირვების შედეგად მიღებული მონაცებების ინტერპრეტირება, იმ რეალობის კონტექსტში, რომელსაც იგი აღწერს და პირიქით- რეალური ვითარების დაკვირვების შედეგად მიღებული მონაცემების ინტერპრეტირება შესაბამისი მოდელის ენაზე;
- მოცემული მოდელის გაანალიზება და შეფასება, კერძოდ, მისი მოქმედების არეალისა და მოდელის ადეკვატურობის დადგენა; შესაძლო ალნეტრატივების განხილვა და შედარება.

პრობლემების გადაჭრა

- ამოცანის შინაარსის აღქმა, ამოცანის მონაცემებისა და საძიებელი სიდიდეების გააზრება-გამიჯვნა;
- პროებლემის განსაზღვრა და მისის ჩამოყალიბება , მათ შორის არასტანდარტულ ვივვითარებაში

ვითარებაში (მაგალითად, როდესაც პრობლემის გადასაჭრელად საჭირო მათემატიკური პროცედურა ცალსახად არაა განსაზღვრული);

- კომპლექსური (რთული) პრობლემის საფეხურად, მარტივ ამოცანებად დაყოფა და ეტაპობრივად გადაჭრა (ამოხსნა), მათ შორის სტანდარტული მიდგომებისა და პროცედურის გამოყენებით;
- პრობლემის გადასაჭრელად საჭირო სტრატეგიებისა და რესურსების შერჩევა, მათი გამოყენება და ეფექტიანობის მონიტორინგი;
- უკვე ცნობილი ფაქტებისა და სტრატეგიების შერჩევა და ერთმენეთთან დაკავშირება მაღალი სირთულის პრობლემების გადასაჭრელად;
- მიღებული შედეგის კრიტიკული შეფასება კონტექსტის გათვალისწინებით და ზღვრული შემთხვევების კვლევა;
- პრობლემის გადაჭრისას ადეკვატური დამხმარე ტექნიკური საშუალებებისა და ტექნოლოგიების შერჩევა და მატი გამოყენება.

დამოკიდებულება

- თანამშრომლობა ჯგუფური სამუშაოების შესრულებისას; კორექტულობას მასწავლებელთან და მეგობრებთან მიმართებაში;
- სამუშაოს ორგანიზებისა და დაგეგმვის ხერხებისა და მეთოდების ფლობა;
- მათემატიკის ადგილისა და მნიშვნელობის შეფასება სხვადასხვა დისციპლინებსი, ბიზნესში, ხელვნებაში და ადამიანის მოღვაწეობის სხვადასხვა სფეროებში;
- ინფორმაციული ტექნოლოგიების გამოყენებისას ეთიკურ/სოციალური ხასიატის პრობლემების გაცმ=ნობიერება და ეთიკური ნორმების დაცვა.

გეომეტრიული და სივრცის აღქმა:

- გეომეტრიული ობიექტები: მათი თვისებები , ურთიერთმიმართება და კონსტრუიერბა;
- ზომა და გაზომვის საშუალებები;
- გარდაქმნები და ფიგურათა სიმეტრიულობა;
- კოორდინატები და მათი გამოყენება გეომეტრიაში

§ 1. გეომეტრიული ამოცანები მათემატიკის სასწავლო კურსში

(საშუალო საფხური)

ამოცანის ცნების მრავალნაირი განმარტება არსებობს. მკვლევარები: [1],[2], [3], [12], [17], [18], გ.ზერძულიშვილი, გ.ზრეგაძე, ზ.ზაკურაძე, ნ.ონიანი,ლ.ციზაძე და სხვა, ამოცანის სხვადასხვანაირ ფუნქციებს მიაწერენ, მაგალითად ამოცანის ინტუიციური გაგება. მათი მიდგომით ყეველი ამოცანა შედგება ორი ნაწილისაგან - პირობისა და კითხვისგან. პირობა წარმოადგენს რაიმე ობიექტის ერთობლიობას დ მათ შორის გარკვეულ მიმართებებს, რომელიც შესაბაისი აღწერითაა მოცემული, ხოლო კითხვით მოეთხოვება რაიმე მათმატიკური ფიგურის აგება, მაგალითად: ამოცანები აგებაზე ან კონკრეტული მათემატიკური ფაქტის დამტკიცება, მაგალითად : ამოცანები დამცკიცებაზე ან რაიმე სიდიდს ან/და სიდიდეების რიცხვითი მნიშვნელობების პოვნა, მაგალითად : ამოცანები გამოთვლაზე.

ამოცანების ამოხსნის ქვეშ იგულისხმება ისეთი აზრობრივი ქმედება ან პროცესი, რაც იწვევს იმ შედეგის დადგომას, რომელიც ამოცანის პირობებს აკმაყოფილებს.

ზოგჯერ ამოცანის და მისი მათემტიკური ამოხსნის ქვეშ არა მარტო წმინდა მათემატიკური ხასიათის ამოცანები იგულისხმება, არამედ ზოგადად ამოცანა და მისიამოხსნა.

მათემატიკური ამოცანის კომპონენტები :

- საწყისი მდგომარეობა - ამოცანის პირობა
- საბოლოო მდგომარეობა - ამოცანის დასკვნა
- ამოხსნა - პირობის გარდაქმნა საძიებლის პოვნის მიზნით
- ამოხსნის ბაზისი - მისი თეორიული დახასიათება

გეომეტრიულ ამოცანათა სისტემა ტრადიციული გაგებით გულისხმობს იმას ,რომ მათში თავმოყრილია ერთი სახის ამოცანები, კერძოდ, ისეთები რომლებიც ეკუთვნიან ან ამოცანებს აგებაზე ან ამოცანებს გამოანგარიშებაზე ან ამოცანებს დამტკიცებაზე. ტრადიციული გაგებით გეოეტრიულ ამოცანათა სისტემებში ხშირად გულისხმობენ კონკრეტული თემის მიხედვით შედგენილ ამოცანებს, მაგალითად 2018 წლის

ეროვნული სსასწავლო გეგმის მიხედვით გეომეტრია და სივრცის აღქმა-ში შედის შემდეგი საკითხები :

- გეომეტრიული ობიექტები : მათი თვისებები, ურთიერთმიმართება და კონსტრუირება
- ზომა და გაზომვის საშუალებები
- გარდაქმნები და ფიგურათა სიმეტრიულობა
- კოორდინატები და მათი გამოყენება გემეტრიაში

გეომეტრიული ამოხსნების ამოხსნის მეთოდების ან/და სპეციალური ხერხებია სწავლების პროცესში აუცილებელია გამოვყოთ ის ამოცანები, რომელთა ამოხსნა შეიძლება ერთი და იმავე ხერხით, ხოლო გეომეტრიული ამოცანების სისტემების შედგენის დროს ისისნი სისტემაში დადგენილი უნდა იყოს სირთულის მიხედვით.

ჩვეულებრივ, მათემატიკური ამოცანები იყოფა სტანდარტულად და არასტანდარტულად.

- სტანდარტულია ის ამოცანები, რომელთა ამოხსნის ალგორითმი ცნობილია
- არასტანდარტულია ის ამოცანები, რომელთა ამოხსნის ალგორითმი ცნობილი არ აარის

მეთოდურ ლიტერატურაში მათემატიკური სასკოლო კურსი სამ ეტაპად იყოფა. ამ ეტაპების სასკოლო გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნისთვის გამოყენება დაგვეხმარება მოსწავლეებს სრულფასოვნად შევასწავლოთ როგორც თეორიული ასევე პრაქტიკული ნაწილი.განვიხილოთ თითოეული ეტაპი:[1],[7].

1. **ფორმალიზაცია**-მოცემული სიტუაციიდან გადასვლა ფორმალურ მათემატიკურ მოდელზე, რომელიც მიახლოებით ასახავს ამ სიტუაციას.

ისეთი მათემატიკური ამოცანებისათვის, რომელთა ამოხსნისთვის საჭიროა ამოხსნის სპეციალური ხერხების გამოყენება ფორმალიზაციის ეტაპს მიეკუთვნება :

- ამოცანის პირობებში მოცემული ინფორმაციის სრულფასოვანი შესწავლა
- იმის დადგენა, მოცემული ამოცანის მსგავსი ამოცნა ადრე ხომ არ აქვთ ამოხსნილი
- **თუ მოცემული ამოცანის მსგავსი ამოცანა ამოხსნილი აქვთ, მაშინ უნდა დაადგინონ** რომელი ხერხით იქნა ამოხსნილი
- **უნდა დაადგინონ, შეიძლება თუ არა იმავე ხერხით მოცემული ამოცანის ამოხსნა**

- თუ ასეთი სახის ამოცანა ამოხსნილი არ აქვსთ, მაშინუნდა დაადგინონ, რომელი ხერხი უფრო პრაქტიკულია, რომელი გზა არ არის ჩიხური და სხვ.

2. რეალიზაცია- არის ამოცანის ამოხსნა ალგორითმული ამ სპეციალური მეთოდეის ან/და ხერხის მიხედვით, ამ დროს მოსწავლეებმა უნდა გამოიყენონ ამოცანათა ამოხსნის შესახებ მათთვის უკვე ცნობილი მიდგომები, წესები, თეორემების შედეგები, ფიგურათა თვისებები, ფორმულები, იგივეობები, მათემატიკური გარდაქმნები და სხვ.

3. ინტერპრეტაცია- არის ამოცანის ამოხსნის გათვალისწინებით ამოხსნის სისწორის შემოწმება.

ეს სამი ტიპი სქემატურად ასე წარმოდგება:

გეომეტრიული ამოცანათა სისტემის ამოხსნის მეთოდებისა და სპეციალური ხერხების ინტერპრეტეცია შეიძლება აგრეთვე დიაგრამების საშუალებით, ამოცანის პირობით მოცემული ფიგურის ფარგლით და სახაზავით აგების შესრულებით, დამტკიცებული გეომეტრიული დებულების რაიმე დამატებითი თვისებების დადგენით, გრაფების გამოყენებით და სხვ.

ყოველი გეომეტრიული ამოცანა აღწერს რეალურ სითუაციას, სადაც მოთხოვნილია გავიგოთ უცნობი სიდიდე ან დავადგინოთ გეომეტრიული ფიგურის ან სხეულის თვისება. საჭიროა ავაგოთ ამოცანის პირობის შესაბამისი ნახაზი და მოვახდინოთ იმის გარკვევა, თუ რას წარმოადგენს ნახაზზე უცნობი სიდიდე, ცხადია ნახაზზე დატანილი უნდა იყოს ამოცანის პირობაში მოცემული სიდიდეები. უნდა სევეცადოთ უცნობი სიდიდის საშუალებით გამოვსახოთ სხვა სიდიდეები და შევადგინოთ ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე მათემატიკური მოდელი. ეს შეიძლება იყოს განტოლება, ფორმულა და სხვ.

დ.პოიას ამოცანის ამოხსნის პროცესის განსხვავებულ სქემას განიხილავს. კერძოდ, ის გამოყოფს შემდეგ ოთხ ეტაპს:

1. დასმული ამოცანის გაგება;
2. ამოცანის გეგმის შედგენა;
3. შედგენილი გეგმის შესრულება;
4. შემოწმება (მიღებული ამონახსენის შესწავლა).

თ.მორალაშვილი [11]თვლიდა, რომ მეოთხე ეტაპი (მიღებული ამონახსენის შესწავლა) უმრავლეს შემთხვევაში არ სრულდება. ამოხსნის გეგმის შესრულების შემდეგ ამოცანის ამოხსნა სრულდება და ამოხსნის ძიებას არ უბრუნდებიან, ეს ხშირ შემთხვევაში გამოწვეულია დროის ნაკლებობის გამო.

ისეთი გეომეტრიული ამოცანების ამონახსენის შემოწმებას, რომელთა ამოხსნისათვის საჭიროა სოეციალური მეტოდების ან/და სპეციალური ხერხების გამოყენება საკმაოდ რთულია, დიდი დროით დანახაჯებს მოითხოვს და მოსწავლეები ხშირად ცდილობენ გვერდი აუარონ ამ პროცედურებს, მაგრამ გამოცდილმა მასწავლებელმა სასწავლო პრაქტიკაში უნდა დანერგოს მიღებული ამონახსნის/ამონახსენების შემოწმებისსათანადო მექანიზმი და ამას მოსწავლეები უნდა შეაჩვიოს აგების ამოცანების ამოხსნის დროს, სადაც სავალდებულოა მიღებული ამონახსნის შემოწმების დამტკიცება.

სასწავლო პრაქტიკაში ხშირად გამოიყენება გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენებითამოცანების მიმართ გარკვეული წესები. განვიხილოთ ზოგიერთი მათგანი:

- „**მარტივი**" წესი : არ გამოტოვოთ ყველაზე მარტივი ამოცანა. როგორც წესი მარტივ ამოცანებს არ განიხილავენ, არადა მეთოდურად გამართლებულია, რომ გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეტოდების ან/და ხერხების გამოყენებით ამოცანების ამოხსნა ასეთი ამოცანების განხილვით უნდა დავიწყოთ.
- „**რიგითი**" წესი: ამოცანის ზოგიერთ პირობას ან პირობებს თუ ამის შესაძლებლობა არსებობს, უნდა შევუცვალოთ რიგით, გადავანაცვლოთ ან წინ ან უკან. ყველა პირობას თავისი რიგი უნდა მივანიჭოთ.˜
- „**უცნობი**" წესი: შევცვალოთ ამოცანის ერთი რომელიმე პირობა, სხვა პირობით. მივიღებთ დამხმარე ამოცანას, რომლის ამოხსნა უფრო მარტივია მოცემულთან

შედარებით. დამხმარე ამოცანის ამოხსნის შემდეგ ვუბრუნდებით ძირითად ამოცანას და ამოვხსნით მათ მოცემული პირობებით.

- „**საინტერესო**“ წესი: შევცვალოთ ამოცანის პირობა უფრო საინტერესო პირობით.
- „**დროებითი**“ წესი: თუ ამოცანის პირობაში საუბარია რაიმე პროცესზე და საბოლოო მდგომარეობა უფრო თვალსაჩინოა, ვიდრე საწყისი, მაშინ უფრო მოსახერხებელია დროის უკუათვლა: პირველად განვიხილავთ პროცესის ბოლო ბიჯი, შემდეგ ბოლოსწინა და ა.შ. ასეთი მიდგომები გამოიყენება აგებაზე გეომეტრიულუი ამოცანის ამოხსნის დროს, როცა ანალიზის ეტაპზე ვუშვებთ რომ ამოცანა ამოხსნილია და ვეძებთ ამოხსნის გზას.

ამ წესებზბის სია არასრულია, რადგან კონკრეტული ამოცანიდან გამომდინარე შესაძლოა საჭიროებამ მოითხოვოს სხვა რომელიმე წესის გამოყენება ან სრულიად ახალი წესის შედგენა.

შესაძლოა პრაქტიკული მოღვაწეობის დროს შეგვხვდეს ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნა არ მოხერხდეს არცერთი ზემოთ ჩამოყალიბებული წესით, მაშინ უნდა შევქმნათასეთი ამოცანის ამოხსნის განსაკუთრებული წესი. ისეთი გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა , როცა საჭიროა სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენება ხელოვნებაა, რომელსაც შეიძლება ამომხსნელი ფლობდეს მხოლოდ მაშინ, თუ სისტემურად ახდენს ამოცანებისამოხსნის მოქმედების თვითანალიზს.

§ 2.გეომეტრიულ ამოცანათა კლასიფიკაცია ამოხსნის ხერხების მიხედვითსაშუალო დონეზე და შესაბამისობა ეროვნულ სასწავლოგეგმასთან

გეომეტრიული ამოცანების დაყოფის ერთ-ერთი ტრადიციული სქემით ცალკეა გამოყოფილი პლანიმეტრიული და ცალკე - სტერეომეტრიული ამოცანები.გეომეტრიული ამოცანების დაყოფის დროს ჩვენი სქემის გამოყენების დროს ამოცანათა ერთ სისტემაში მოხვდება შინაარსით განსხვავებული სახის ამოცანები და ერთ სისტემაში მოხვდება სტერეომეტრიული და პლანიმეტრიული ამოცანები, რომელსაც საერთო ის აქვთ, რომ მათი ამოხსნის პროცესშიშესაძლებელია ერთი და იგივე ამოცანა მოხვდეს რამდენიმე სისტემაში, რადგნ ამოცანათა ამოხნა შესაძლებელი იყოს ერთმანეთისაგან განსხვავებული გზით.

გეომეტრიული ამოცანების განხილვამდე, რა თქმა უნდა , უნდა ვიცოდეთ მოსწავლისშესაძლებლობები. ეროვნული სასწავლო გეგმის მიხედვით საშუალო დონეზე მოსწავლის შესაძლებლობებიც განსხვავებულია. პირველ რიგში, ზოგადად გეომეტრიასა და სივრცის აღქმაში მოსწავლემ უნდა იცოდეს :

- გეომეტრიული ობიექტები : მათი თვისებები, ურთიერთმიმართება და კონსტრუირება;
- ზომა და გაზომვის საშუალებები;
- გარდაქმნები და ფიგურათა სიმეტრიულობა;
- კოორდინატები და მათი გამოყენება გეომეტრიაში.

განვიხილოთ საშუალო დონის კერძო საფეხურზე მოსწავლის შესაძლებლობები, კერძოდ ეროვნული სასწავლო გეგმის მიხედვით მე-10 კლასელ მოსწავლეს უნდა შეეძლოს:

მათ.X.9.

X კლასი

- გეომეტრიულ ფიგურათა წარმოდგენისა და დებულებთა ფორმულირების ხერხების გამოყენება

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- აღწერს გეომეტრიულ ობიქტებს და მათ გრაფიკულ გამოსახულებებს შესაბამისი ტერმინოლოგიის გამოყნებით
- იყენებ მათემატიკურ სიმბოლოებს გეომეტრიული დებულებების და ფაქტების გადმოცემისას;

  სწორად იყენებს ტერმინებს:“ყველა“, “არცერთი“, “ზოგიერთი“, “ყოველი“ “ნებისმიერი“, “არსებობს“ და “თითოეული“.

- მსჯელობა-დასაბუთებისას იყენებს მოცემული პირობით წინადადების/დებულებების შებრუნებულ, მოპირდაპირე და შებრუნებულის მოპირდაპირე წინადადებას/დებულებებს

მათ.X.11.

X კლასი

- მოსწავლეს შეუძლია ობიექტთა ზომებისა და ობიექტთა შორის მანძლის მოძებნა

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- ობიექტთ ზომებისა და ობიექტთა შორის მანძილის დასადგენად (მათ შორის რეალურ ვითრებაში) იყენებს ფიგურათა (მრავალკუთხედების, წრეწირების, წრეების) მსგავსებას და დამოკიდებულებებს ფიგურის ელემენტების ზომებს შორის (მაგალითდ , იმ საგნის სიმაღლის გაზომვა, რომლის ფუძე მიუდგომელია, მიუდგომელ წერტილამდე მანძილის გაზომვა);
- პოულობს ბრტყელი ფიგურის ფართობს და იყენებს მას ოპტიმიზაციის ზოგიერთი პრობლემის გადასაჭრელად (მათ შორის რეალურ სიტუაციაში)
- იენებს კოოდინატებს სიბრტყეზე გეომეტრიული ფიგურის ზომების დასადგენად

მათ.X.12.

X კლასი

- მოსწავლეს შეუძლია სიბრტყეზე გეომეტრიული გარდაქმნების კვლევა და მათი გამოყენება გეომეტრიული ამოცნების ამოხსნისას

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- ახდენს გეომეტრიულ გარდაქმნას სიბრტყეზე და მარტი ემთხვევები იყენებს მათ ფიგურათა ტოლობის დასადგენად
- იყენებს კოორდინატებს გეომეტრიული გარდაქმნის (პარალელური გადატანა, ღერძული/ცენტრალური სიმეტრია) შესრულებისა და გამოსახვისთვის
- ჯელობს და აკეთებს დასკვნას ერთი და იგივე რიპის გეომეტრიულ გარდაქმნებს (პარალელური გადატანა, მობრუნება ერთი და იგივე ცენტრის გარშემო, ღერძული სიმეტრიები პარალელური ღერძის მიმართ, საერთო ცენტრის მქონე ჰომოთეტიები) კომპოზიციების შესახებ.

მათ.XI.8

XI კლასი

- მოსწავლეს შეუძლია ვექტორებძე ოპეაციების შესრულება და მათი გამოყენება გეომეტრიული და საბუნებისეტყველო პრობლემების გადაჭრისას

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- ახდენს ვექტორის სიგრძისა და მიმართლების, ვექტორებზემოქმედებების (შეკრება, საკლალარზე გამრვლება, სკალარული ნამრავლი) და მათი თვისებების გეომეტრიულ და ფიზიკურ ინტერპრეტაციას
- იყენება ვექტორებს გეომეტრიული დებულებების დაასმტკიცებლად და ზომების დასადგენად სიბრტყეზე
- იყენებს კოორდინატებს ვექტორების და ვექტორებზე ოპერაციების გამოსახვისას

მათ.XI.9

XI კლასი

- მოსწავლეს შეუძლი დედუქციურ/ ინდუქციური მსჯელობის და ალგებრული ტექნიკის გამოყენება გეომერიულ დებულებათა დასამტკიცებლად

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- პოულობს ლოგიკურ კავშირებს (მაგალითად, გამომდინარეობა) მოცემულ გეომეტრიულ დებულებებს შორის; იყენებს დედუქციურ და ინდუქციურ მსჯელობას;

- განაზოგადებს ცალკეულ გეომეტრიულ დებულებებს; აყალიბებს ჰიპოთეზას და ასაბუთებს/ უარყოფს მათ შორის მათემათიკური ინდუქციის გამოყენებით;მაგალითად, ეილერს ფორმულა სიბრტყეზე და სივრცეში);
- მსჯელობს ევკლიდური გეომეტრიისაქსიომატიკის არაწინააღმეგობრიობის შესახებ;
- იყენებს ალგებრულ გარდაქმნებს გეომეტრილდებულებათა დასამტკიცებლად

მათ.XI.11

XI კლასი

- მოსწავლეს შეუძლია სივრცული ფიგურის კვეთებისა დ გეგმილების გამოყენება სივრცული ფიგურის შესასწავლად

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- მსჯელობს სივრცული ფიგურის კეთის შესაძლო ფორმაზე და აგებს სივრცული ფიგურის მითითებულ კვეთას
- პოულობს ფიგურის გეგმილს მითითებული პარალელური დაგეგმილებისას
- მსჯელობს სივრცული ფიგურის შესაძლო ფორმაზე მისი კვეთის/კვეთების მიხედვით
- მსჯელობს ფიგურის შესაძლო ფორმაძე მისი ანასახის მიხედვით პარალელური დაგეგმილებისას

მათ.XII.5.

XII კლასი

- პოულობს სივრცული ფიგურის მოცულობას

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- იყენებს სივრცული ფიგურის ზომებს შორის ფუნქციურ დამიკიდებულებას ოპტიმიზაციის ზოგიერთი პრობლემის გადასაჭრელად (მათ შორის

რელური ვითარების შესაბამის ამოცანებში, მაგალითად ცილინდრული ფორმის ღია კონსევის ყუთის დამზადებაზე იხარჯება S სმ² მასალა. როგორ უნდა იყოს ყუთის წრფივი ზმები. რომ მისი მოცულობა უდიდესი იყოს?)

- იყენებს ვექტორებს გეომეტრიუი დებულებების დასამტკიცებლად და ზომების დასადგენად
- იენებს ფიგურის ზომებს და მთ შორის კავშირებს გეომეტიული ალბათობის დასადგენად

მათ.XII.6.

XII კლასი

- მოსწავლეს შეუძლია გარდაქმნების დასაბუთება და მათი გამოყენება გეომეტრიული პრობლემების გადაჭრისას;

ი ნ დ ი კ ა ტ ო რ ე ბ ი

- ფიგურის გეომეტრიული გარდაქმნას სიბრტყეზე დეკარტეს კოორდინტების საშულებით;
- ასახელებს კოოორდინატებში მოცემული გომეტრიული გარდაქმნის შესაძლო ტიპს (პარალელურ გადატანა, სათავის მიმართ ცენტრალური სიმეტრია, საკოორდინატო რერძების მიმართ ღერძული სიმეტრია).

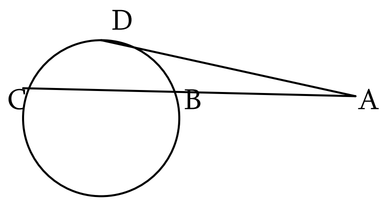
§ 2.1 გეომეტრიული ამოცანები, რომელთა ამოხსნისას გამოყენებულია ალგებრული მეთოდი

ამოცანა 1. ABC სამკუთხედის ორი წვერო კოორდინატებია A (-1; -1) და B(4;5), ხოლო მესამე წვერო $y= 5x-15$ წრფეზე ძევს. სამკუთხედია ფართობია 9,5. იპოვეთ C წვეროს კოორდინატები.

ამოცანა 2. იპოვეთ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბს მკვეთი სიბრტყის განტოლება და იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გადის A წვეროზე და B_1C_1 და C_1D_1 წიბოების შუაწერტილებზე. კუბის წიბო a-ს ტოლია.

ამოცანა 3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბო a-ს ტოლია. K და L წერტილები შესაბამისად AB და DD_1 წიბოების შუაწერტილებია. როგორი ფარდობით ყოფს კუბის მოცულობას სიბრტყე, რომელიც გადის A_1 , K და L წერტილებზე?

ამოცანა 4.Aწერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია AD მხები (D შეხების წერტილია) და AC მკვეთი. AD=12 სმ, მკვეთის შიგა მონაკვეთის - BC-ს სიგრძე 10 სმ-ია. იპოვეთ მკვეთის სიგრძე.



ნახ.1.

§ 2.2 გეომეტრიული ამოცანები, რომელთა ამოხსნისას გამოყენებულია კოორდინატთა მეთოდი

ამოცანა1. შეადგინეთ წრეწირის ანტოლება, რომელიც გადის წერტილებზე A (2;3)და B(5;4) წერტილებზე და ეხება oy ღერძს.

ამოცანა 2.შეადგინთ სფეროს განტოლება, რომელიც გადის A (1; -1; 4) წერტილზე და ეხება საკოოორდინტო სიბრტყეებს.

ამოცანა 3.$ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბში M წერტილი AA_1 წიბოს წერტილია, ამასთან $AM:A_1M=3:1$. N წერტილი BC წიბოს შუაწერტილია. იპოვეთ MN და DD_1 წრფეებს შორის კუთხის კოსინუსი.

ამოცანა 4.$(x-8)^2+(y-10)^2=169$წრეწირში ჩახაზულია ABCD კვადრატი. იპოვეთ კვადრატის B, C და D წვეროების კოორდინატები, თუ A წვეროს კოორდინატებია A(13, -2)

§ 2.3 გეომეტრიული ამოცანები, რომელთა ამოხსნისას გამოყენებულია ფარდობისა და მოცულობის მეთოდი

ამოცანა 1. ვთქვათ, ABC სამკუთხედის ფართობია S. სამკუთხედის AC და BC გვერდებზე შესაბამისად აღებულია M და N წერტილები ისე, რომ

$\frac{CM}{AC}=k_1$ და $\frac{CN}{BC}=k_2$

დაამტკიცეთ, რომ $S_{CMN}==k_1\cdot k_2\cdot S_{ABC}$.

ამოცანა2. ვთქვათ, ABCD ტეტრაედრის მოცულობაა VЮ ტეტრაედრის DA, DB და DC წიბოებზე შესაბამსად აღებულია M, N და P წერტილები ისე, რომ

$\frac{MD}{AD}=k_1$, $\frac{ND}{BD}=k_2$, $\frac{PD}{CD}=k_3$.

დაამტკიცეთ, რომ ტეტრაედრის მოცულობა გამოითვლება ფორმულით:

$$V_{MNPD}=k_1\cdot k_2\cdot k_3\cdot V_{ABCD}$$

ამოცანა 3.SABC პირამიდის SA, SB და SC გვერდებზე შესაბამისად აღებულია M, N და P წერტილები ისე, რომ SM: MA=2:3, SN:NB=3:8 და SP:PC=4:9. იპოვეთ SABC პირამიდის მოცულობა, თუ SMNP პირამიდის მოცულობა 24-ის ტოლია.

ამოცანა 4.ABCD ტრაპეციის ფუძეებია BC და AD. ტრაპეციაში ჩახაზულია წრეწირი. CD რკალზე აღებულია M წერტილი და შეერთებულია ტრაპეციის ყველა წვეროსთან. CMD სამკუთხედის CMD კუთხე b-ს ტოლია, ხოლო AMB სამკუთხედში ცნობილია ABM და BAM კუთხეთა სხვაობა, რომელიც a-ს ტოლია. იპოვეთ ABCD სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის r რადიუსის შეფარდება ABM სამკუთხედის p ნახევარპერიმეტრთან.

ამოცანა 5.მოცემულ ABCD სამკუთხედში O წერტილი ისე შეერთებული, რომ AOB, BOC და AOC სამკუთხედების ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს , როგორც 1:2:3. OA, OB, და OC წრფეები BC, AB და AC გვერდებს გადაკვეთენ შესაბამისად A_1, B_1 *და* C_1წერტილებში. ფარგლისა და სახაზავის საშუალებით ააგეთ O წერტილი და იპოვეთ ფარდობა$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}$.

ასეთი მიდგომა ამოცანების სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენებით საშუალო სკოლაში ტრადიციული სწავლებისგან განსხვავებულია. ძირითადი განსხვავება მიდგომებს შორის არის ის, რომ პარალელურ რეჟიმში უნდა ისწავლებოდეს

პლანიმეტრიის და სტერეომეტრიის თერიული საკითხები და ხდებოდეს შესაბამისი ამოცანების ამოხსნა, ამავე დროს თანაფარდობის თვალსაზისით უპირატესობა უნდა მივანიჭოთ სტერეომეტრიული შინაარსის თეორიული საკითხების სწავლებას და ამოცანების ამოხსნას.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ სტერეომეტრიის თეორიული საკითხები და პრაქტიკული ამოცანები მოსწვლეთა სივრცითი წარმოდგენების ფორმირებაში ასრულებენ უდუდეს როლს და ამ ფუნქციის შეცვლა მათთვის სხვა სახის თეორიულ მასლას ან ამოცანებს ან სხვა საკითხების განხილვას პრაქტიკულად არ შეუძლია.

ასევე არსებითი ფაქტორი მდგომარეობს იმაში, რომ თითქმის ყველა სტერეომეტრიის ამოცანის დაყვანა საბოლოო ჯამში ხდება პლანიმეტრიულ ამოცანაზე და თუ ჩვენ განხილულ ამოცანათა შორის რაოდენობრივ უპირატესიბას პლანიმეტრიულ ამოცანებს მივაიჭებთ, მაშინ სტერეომეტრიული ამოცანების წილი კიდევ უფრო შემცირდება.

გასათვალისწინებელია ის, რომ აუცილებელია პალნიმეტრიული და სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის მეთოდები თუ იდენტური არა თითქმის ერთნაირი უნდა იყოს. ამ შემთხვევაში მოსწავლეები ხალისით ხსნიან სტერეომეტრიულ ამოცანებს, რადგან იციან თუ როგორი მეთოდით უნდა ამოხსნან სტერეომეტრიული ამოცანა და ამათ ეხსნებათ შიშის და შებოჭილობის შეგრძნება, რაც ტრადიციულად ახლავს სტერეომეტრიული შინაარსის ამოცანების სწავლებას და გეომეტრიული ამოცანების განხილვით გაკვთილზე მიიღწევა მნიშვნელოვანი შედეგი, რაც აისახება სწავლების დონის ამაღლებით და მოსწავლეთა მაღალი აკადემიური მოსწრებით მათემატიკაში.

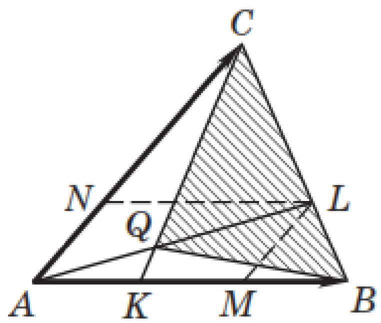
§ 2.4 გეომეტრიული ამოცანები, რომელთა ამოხსნისას გამოყენებულია ვექტორული მეთოდები

მოსწავლეებისასკოლოკურსშიეჩვევიანიმას, რომვექტორებიგამოიყენებასხვადასხვაშინაარსისმქონემათემატიკურიამოცანებისამოხსნისდროს, როცაამოცანისპირობაშიმოთხოვნილიარაიმეგეომეტრიულიფაქტისდამტკიცება, ანაგებისამოცანებისამოხსნისდროს, სადაცვექტორებსვიყენებთაგებულირაიმედამხმარეფიგურისპარალელურიგადატანისას. შედარებითნაკლებიგამოყენებააქვსვექტორებსგამოანგარიშებაზეგეომეტრიულიამოცანებისამოხსნისას, თუარგავითვალისწინებთისეთისტანდარტულიგეომეტრიულიშინაარსისამოცანებსგამოანგარიშებაზე, სადაცვექტორებისსკალარულიან/დავექტორულინამრავლებისგამოყენებითმოითხოვებარაიმესიდიდეთაგამოთვლა (სკალარულინამრავლი, ვექტორულინამრავლი, ორვექტორსშორისკუთხე, ორივექტორითაგებულისამკუთხედისანპარალელოგრამისფართობი, სამვექტორითაგებულიპარალელოგრამისანპირამიდისმოცულობადასხვ.). ჩვენვგულისხმობთისეთიგეომეტრიულიშინაარსისმქონეარასტანდარტულამოცანებს, რომელთაპირობებითმოითხოვნილიაფიგურისფართობის, გეომეტრიულისხეულისმოცულობისგამოთვლადასხვ. უმრავლესშემთხვევაშიასეთიმიდგომისსაჭიროებასვერცმასწავლებლებიხედავენდახშირშემთხვევაშიგვერდსუვლიანვექტორებისგამოყენებითსაკმაოდსაინტერესოდამეთოდურადმრავლისმომცემიამოცანებისგანხილვას. სასურველია, რომმასწავლებელმასასწავლოპროცესშიგანიხილოსისეთიარასტანდარტულიგეომეტრიულიამოცანები, რომელთაამოხსნისდროსმოსწავლეებსარდარჩეთშთაბეჭდილება, რომმათმიერგანხილულიამოცანებიერთმანეთისაგანიზოლირებულიაროგორცშინაარსით, ისეამოხსნისმეთოდებით. ვთვლით, რომამოცანათასისტემისშერჩევასმეტადფრთხილადდადიდიპასუხიმგებლობითუნდამოეკიდოსმასწავლებელი, რადგანგანსახილავმაამოცანათასისტემამუნდაგამოჩინოსისლოგიკურიკავშირები, რომელიცუნდაიყოსამოცანათაშინაარსშიდაამოხსნისმეთოდებსშორის.

ამოცანა 1.$SABC$ სამკუთხა პირამიდის ფუძის A წვეროზე გავლებულია სიბრტყე , რომელიც SAB სამკუთხედის მედიანას შუაზე ყოფს, ხოლო SAC სამკუთხედისSL მედიანას გადაკვეთს ისეთ D წერტილში, რომ $SL = 2SD$. როგორ შეფარდებით ყოფს ეს სიბრტყე პირამიდის მოცულობას?

ამოცანა2.დახრილ სიბრტყესთან 45^0-აინ კუთხეს ადგენს. სიბრტყეზე გავლებულია BC წრფე, რომელიც დახრილის BO გეგმილთან 45^0-აინ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ დახრილსა და BC წრფეს შორის α კუთხე.

ამოცანა 3.ABC სამკუთხედში AB და BC გვერდებზეაღებულიაშესაბამისად K და L წერტილებიისე, რომ CL : BL = 1 : 2. ვთქვათ, Qწერტილი AL და CK წრფეებისგადაკვეთისწერტილია. იპოვეთ ABC სამკუთხედისფართობი, თუ BQC სამკუთხედისფართობია 1.



ნახ.2.

განსახილავი ამოცანა უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს: დაცული უნდა იყოს დიდაქტიკური პრინციპი-გადასვლა უნდა განხორციელდეს მარტივიდან რთულზე, ემყარებოდეს ადრე მიღებულ ცოდნას, უნდა იყყოს არასტანდარტული, არ უნდა დასცილდეს სასკოლო მათემათიკის კურსს, ამოხსნის პროცესი არ უნდა იყოს ხანგრძლივი და სხვ.

§ 3. გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების მეთოდიკური საფუძვლები მათემატიკის სასკოლო კურსში

გეოეტრიული ამოცანების ამოხსნისას მნიშვნელოვანი ყურადღება ნახაზის შედგენას- ამოცანის გეომეტრიული ინტერპრეტაციას ეთმობა. ამ მიზნით სათანადოდ არ ხერხდება სწავლების თანამედროვე საშუალებების ჩართვა სასწავლო პროცესში, რაც ირველ რიგში დაკავშირებულია კომპიუტერის გამოყენებასთან, რომელიც ეფექტურად შეიძლება გამოვიყენოთ სივრცული სხეულების კვეთების, გვერდითი და სრული ზედაპირის ფართობების, მოცულობების გამოთვლის დროს და სხვ.

დიდია გეომეტრიისა და ზოგადად მათემატიკის როლი მოსწავლეების დამოუკიდებლ პიროვნებებად ჩამოყალიბებაში. უპირველეს ყოვლისა მათემატიკის სწავლება ხელს უწყობს მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითაებას. აზროვნების მნიშვნელოვანი ელემენტი ლოგიკაა, ლოგიკისკენ გზა კი იტუიციაა. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას შეძენილი უნარ-ჩვევები ხელს უწყობს როგორც რაციონალური აზრის ჩაოყალიბებას და გადმოცემის უნარის განვითარებას, როგორიცაა ლაკონურობა, სისუსტე, სიცხადე, არგუმენტირებული მსჯელობა, ასევე ინტუიციის, როგორც ამოცანის ამოხსნის გზების ძიების, საბოლოო შედეგის განსაძღვრის უნარის გამომუშავებას.
მათემატიკის სწავლება ეხმარება მოსწავლეებს სამყაროს ესთეტიკური აღქმის უნარის განვითარებაში, მათთვის საინტერესო თემებს წარმოადგენს სიმეტრიული გეომეტრიული ფიგურები, ორნამენტები და სხვ. სახელმღვანელოებში ამ საკითხებს ნაკლები ყურადღება ეთმობა. არსებული სასკოლო სახელმძღვანელოები უნდა აკმაყოფილებდნენ მათემატიკის სწავლების ძირითად მიზნებს, ხელს უნდა უწყობდეს მოსწავლეთა ინტელექტუალურ განვითარებას , ფუნდამენტური ცოდნის გადაცემას, უნდა ახდენდეს აზროვნების ფორმირებაში ხელშეწყობას, მოსწავლეებს უნდა უყალიბებდეს მათემათიკურ უნარ- ჩვევებს, რომელიც აუცილებელია პაქტიკული საქმიანობისთვის, აქტიურად მონაწილეობდეს პიროვნების ჩამოყალიბებაში და სხვ. მაგრამ, აუცილებელია სახელძღვანელოებში ადგლი გამოინახოს სხვა უნარების , მათ შორის ესთეტიკური აღქმის უნარის განვითარებისთვისაც.

ისტორიული გამოცდილება ადსატურებს, რომ მათემატიკის სწავლება ყველა საფეხურზე საჭიროა მიმდინარეობდეს შეგნებულად. საჭიროა მასწავლებელმა უპირატესობა მიანიჭოს მოსწავლეთა მსჯელობას და აზროვნებას, ვიდრე მასალის მასალის ზეპირად დასწავლას. მან უნდა შეძლოს მოსწავლეთა აზრების ამოცნობა-

წაკითხვას, მეტად უნდა წაახალისოს და მხარი დაუჭიროს მოსწავლეთა ინდივიდუალურ იდეებსა და მოულოდნელ აღმოჩანებს.

§ 4. მათემატიკის სწავლებაში არსებული მეთოდიკური პრობლემების გამომწვევი მიზეზები საშუალო დონეზე

საშუალო დონეზე მათემატიკის სწავლებაში არსებული მეთოდიკური პრობლემების გამომწვევი მიზეზები შეიძლება შემდეგნაირად ჩამოვაყალიბოთ :

1. ზოგადსაგანმანათლებლო აშუალო სკოლის მესამე საფეხურზე მატემატიკის სწავლების წარმართვა ისეთი შინაარსით უნდა ხდებოდეს, რომ გათვალისწინებული უნდა იყოს მოსწავლეთა მომავალი პროფესია, მაგალითად: მომავალი მათემატიკოსი, მომავალი ექიმი, მომავალი ფილოლოგი და მოავალი ეკონომისტი ერთიდა იგივე პროგრამით არ უნდა სწავლობდეს. ასევე, არასწორია, რომ ერთიან ეროვნულ გამოცდებზე მათემატიკას ერთი და იგივე ტესტი აბარებს ყველა აბიტურიენტი, მიუხედავად სპეციალობის არჩევანისა. ერტიან ეროვნულ გამოცებზე უნდა მოხდეს მათემატიკის გამოცდის დავალებათა დიფერენცირება სპეციალობის მიხედვით.
2. ზოგადსაგანმანათლებლო საშუალო სკოლებში მათემატიკის კვირეული საათობრივი ბადე შემცირდა, კლასებში კვირეული დატვირთვა 4 სთ-ია, რაც საკმარისი ნამდვილად არ არის. ახლო წარსულში გეომეტრიის და ალგებრის სასწავლო დისციპლინის დიფერენცირებული სწავლების ნაცვლად მათეატიკის კვირეული დატვირთვის საათობრივი ბადის შემცირებამ თავისი უარყოფითი კონტექსტით გადაფარა ის დადებითი, რაც ალგებრის და გეომეტრიის ინტეგრაციას მოჰყვა.
3. სასწავლო პროგრამიდან ამოღებულია ხაზვა-როგორც ცალკე საგანი, რამაც უარყოფითი გავლენა იქონია არა მარტო საინჟინრო და არქიტექტურის სპეციალობებზე შემსწავლელთათვის , არამედ მთლიანად დაბლა დასწია გეომეტრიის სწავლების დონე, მაგრამ ეს არ ეხება გეომეტრის თეორიული საკითხების სწავლებას, აქ იგულისხმება გეოეტრიული ამოცანებისთვის საჭირო ნახაზების აგების ხარისხს, რომელზეც მოსწავლეებს უმრავლეს შემთხვევაში უძნელდებათ მოცემული ფიგურის ელემენტების აგება, კავშირის დამყარება მოცემულ და საძებნ ელემენტებს შორის და სხვ.
4. დახვეწას საჭიროებს მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოები მეთოდურად, უმეტეს შემთხვევაში მოსწავლეები ახალი მასალის შესწავლის აუცილებლობას ვერ ხედავენ, სუსტია თემატიკური კავშირი განსახილველი ამოცანების შინაარსს შორის.
   მეთოდურად გამართლლებულია, რომ მასწავლებელმა გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალრი მეთოდების ან/და ხერხების სწავლების დაწყებამდე სასწავლო პროცესში ჩართოს შასმზადებელი და გამდიდრებული სავარჯიშოები და

მათიგახილვით მოამზადოს ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების სწავლებისათვის ბაზისი.

შესამზადებელი ამოცანების როლი და ადგილი კარგადაა ცნობილი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკაში, მაგრამ ასეთი სახის სავარჯიშოები არ გვხვდება მათეატიკის სასკოლო კურსისათვის დამხმარე ამოცანათა კრებულში, ხოლო მათი შედგენა მასწავლებლისათვის რთულია და მაღალ კვალიფიკაციას მოითხოვს. შესამზადებელი სავარჯიშოების შედგენასა და გაოყენებასთან და ავშირებული საკითხები სათანადოდ არ არის შესწავლიი, ამიტომ პრაქტიკსი მასწავლებლები იშვიათად მიმართავენ შაესამზადებელ ამოცანებს, სწავლებაში ძირითადად ხელმძღვანელობენ ტრადიციული სქემით „ თეორია —>ამოცანები“.

გეომეტრიული შინარსის მქონე გამდიდრებული სავარჯიშოები განსამტკიცებელი სავარჯიშოების კლასს მიეკუთვნება. სავარჯშოთა ამ კლასზე ყურადღების გამახვილება გამოწვეულია იმით, რომ ჩვენში მოქმედ მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში მოცემული გამამდიდრებელი სავარჯიშოები ერთი მხრივ რაოდენობრივად ძალზედ ცოტაა, მეორე მხრივ, რაც არის მათი აბსოლიტური უმრავლესობა მოსწავლეთა ცოდნის დონეს არც აღრმავებს და არც აფართოებს. მათ შორის იშვიათად გვხვდება შემოქმედებითი ხასიათისსავარჯიშოებიგამამდიდრებელი სავარჯიშოები მოსწავლეებს ეხმარება ახალი მასალა განიხილონ სხვადასხვა კუთხით და დაუკავშირონ ისინი ადრე მიღებულ ცოდნას, განაზოგადონ შეძენელი ცოდნა და მოახდინონ მისი შეჯერება შესწავლილ თეორიულ საკითხებთან ახალი ცოდნის ცალკეული ნაწილების ერთმენეთთა დაკავშირება. ახალი ცოდნის ჩართვა ადრე მიღებული ცოდნის სტრუქტურაში აძლიერებს აღქმის სიღრმეს და სიცხადეს, ეხმარება მოსწავლეებს ახალი მასალის უკეთ დამახსოვრებაში.

გამამდიდრებელი სავარჯიშოები საშუალებას იძლევა მათემატიკის სასწავლო შინაარსი გადანაწილდეს ტეორიულ ტექსტებსა და ამოცანებზე ისე, რომ არ მოხდეს ახალი მასალის შემეცნებითი დონის დაწევა.

5. მათემატიკის სასწავლო კურსისასთვის საჭიროა შექმნას უფრო მრავაფეროვანი ამოცანათა სისტემები, რადგან არსებული ვერ აკმაყოფილებს სათანადო მოთხოვნებს, არცთუ იშვიათად დარღვეულია მარტივიდან რთულზე გადასვლის პრინციპი, ნაკლებად შეიცავს განმავითერებლ ამოცანებს.

გეომეტრიუყლი შინაარსისმქონე განმავითარებელი და საძიებო ამოცანების შემცველ მასალას, რომელთა გამოყენება შესაძლებელი იქნებოდა სკოლებში სასწავლო პროცესშიჩართვისთვის სამწუხაროდ ქართულ ენაზე არ გვაქვს.

6.მათემატიკის სასწავლო კურსის არსებული სავარჯიშოთა სისტემები თითქმის არ შეიცავს გეომეტრიულ ამოცანებს, რომელთა ამოხსნა საჭიროებს კერძო მეთოდებისა და ხერხების გამოყენებას.

პრქტიკაში მასწავლებელმა ისეთი გეომეტრიული შინაარსის ამოცანები, რომელთა ამოხსნამოითხოვს სპეციალური მეთოდების ან/ და ხერხების გამოყენებას კონკრეტული თემატიკების მიხედვით უნდა ჩართოს სასკოლო მეცადინეობაზე, რომლისთვისაც დამატებითი სასწავლო დროის გამოყენება საწირო არ არის.

მოსწავლეების მიერ გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხებისდაუფლება მოითხოვს მოსწავლეებისადმი ინდივიდუალურ მიდგომას, მათი თავისებურებების გათვალისწინებას, საშინაო დავალების და დამოუკიდებელი სამუშაოების ინდივიდუალიზაციას და სხვ. მასწავლებლის დაკვირვების საგანს უნდა წარმოადგენდეს გეომეტრიული ამოცანების სპეციალური მეთოდებით ან/და ხერხებით ამოხსნის სწავლების მთლიანი პროცესი.გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდეს ან/და ხერხების რეალიზაცია დამოკიდებულია როგორც მასწავლებლის გამოცდილებაზე, ისე ამოცანების ამოხსნის მეთოდებსა და სპეციალური ხერხების ფორმებსა და მეთოდიკურ თავისებურებებზე.

სწავლების პროცესში მოსწავლეებს საფუძვლიანად უნდა გავაცნოთ გამოყენებული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალიური მეთოდები და ხერხები. მიზანშეწონილია, თუ ამის შესაძლებლობა არსებობს ამოცანების ამოხსნის დროს გამოვიყენოთ სხვადასხვა მეთოდები/ხერხები და მეთოდურად დავასაბუთოთ გამოყენებული მეთოდების/ ხერხების უპირატესობა.

§ 5. გეომეტრიული შინაარსის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა კოოორდინატთა მეთოდის გამოყენებით და მისი სწავლება საშუალო დონეზე

კოორდინატების შემოღება სიბრტყეზე და სივრცეში შეიძლება უამრავი სხვადასხვა გზით. კოორდინატთა მეთოდის გამოყენებით ამა თუ იმ კონკრეტული გეომეტრიული ამაცანის ამოხსნის დროს შესაძლებელია შემოვიღოთ არა მარტო დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა, არამედ კოორდინატთა სხვადსახვა სისტემა და შემდეგ მათგან შევარჩიოთ ისეთი, რომლის გამოყენებითაც ამოცანის ამოხსნა მეთოდურად გამართლებულია, ამოხსნის გზა მარტივდება და მოსწავლეთათვის იოლად აღსაქმელი ხდება, საჭიროების შედარებით ნაკლები რაოდენობის და მარტივ მატემატიკურ გარდაქმნებს და გამოთვლების ჩატარებას, იფრო მოსახერხებლს ხდის ამოცანის ამოხსნას. ამ შემთხვევაში მასწავლებელის და მოსწავლეებიც თავს კომფორტულად გრძნობენ და მოსწალეთათვის ამოცანათა ამოხსნის პროცესში ჩართვა ყოველგვარი ძალდატანების გარეშე ბუნებრივად ხდება და ისინი ხალისით ერთვებიან სასწავლო პროცესში.

გეომეტრიული სინაარსის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისას შესაძლებელია გამოყენებულ იქნას მართკუთხა სისტემისგან განსხვავებული სისტემები, როგორიცაა : აფინური (ირიბკუთხა) კოოორდინატთა სისტემა, პოლარული კოორდინატები, ცილინდრული კოორდინატები, სფერული კოორდინატები და სხვ.

ზოგადსაგანმანათლებლო საშუალო სკოლის სასწავლო პრაქტიკაში გეომეტრიული შინაარსის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის დროს ყველაზე ხშირად გამოიყენება დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა, რომლის გამოყენებითაც მარტივდება გამოთვლების ჩატარება და მოსწავლეების მიერ დეკარტეს მართკუთხა კოოორდინატთა სისტემა, რომლის გამოყენებითაც მარტივდება გამოთვლების ჩატარება და მოსწავლეების მიერ შეგუებლობის გამო რაიმე მეთოდიკური სირთულე არ წარმოიშვება.

კოორდინატთა მეთოდის გამოყენების დროსაც მიზანშეწონილია სასწავლო პროცესის ისე დაგეგმვა, რომ პლანიმეტრიული და სტერეომტრიული ამოცანების განხილვა მოხდეს პარალელურ რეჟიმში. შევნიშნოთ, რომ კოორდინატთა მეტოდის გამოყენებისას ამოცანების გრაფიკული გამოსახვის და სირთული გათვალისწინებით, შედარებით მეტი ყურადღება უნდა დავუთმოთ სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნას პლანიმეტრიულ ამოცანებთან დაკავშირებით.

კოორდინატთა მეთოდის გამოყენებით განხილულ ამოცანათა შორის მოსწავლეთა განსაკუთრებულ დაინტერესებას იწვევსისეთი გეომეტრიული შინაარსის ამოცანები, რომლებიც დაკავშირებული წრეწირთან და წრესთან, სფეროსა და ბირთვთან, რადგან ამ

გეომეტრიული ფიგურებისა და სხეულების გამტოლებების მირება მათი განსაზრვრებების საფუძველზე კოორდინატთა მეთოდის გამოყენებასთან არის დაკავსირებული და ამოცანების ამოხსნის დროსაც ბუნებრიცად ხდება მეთოდის გამოყენება და მოსწავლეებსი ქმნის მზაობას კოორდინატთა მეტოდი განვრცობილი და გადატანილი იქნეს სხვა სახის არასტანდარტულ გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროსაც.

განვიხილოთ ამოცანები წრეწირსა და სფეროზე, რომელთა ამოხსნისას კოორდინატთა მეთოდის გამოყენება კარგ ეფექტს იძლევა.

ამოცანა 1. შეადგინეთ წრეწირის განტოლება, რომელიც გადის წერტილებზე A(2;3)და B(5;4) და ეხება oy ღერძს.

ვთქვათ, წრეწირის ცენტრის კოორდინატებია $O(x_0;y_0)$ და რადიუსია R . ამოცანის პირობის თანახმად, წრეწირი ეხება OY ღერძს, რაც იას ნიშნავს, რომ წრეწირის ცენტრის x_0 აბსცისა წრეწირის საძიებელი R რადიუსის ტოლია. რადგან წერტილებზე A(2;3) და B(5;4) წერტილები წრეწირზე მდებარეობენ, ამიტომ მათი კოოორდინატები აკმაყოფილებენ წრეწირის განტოლებას. თუ გავითვალისწინებთ ჩამოთვლილ თვისებებს , შეგვიძლია დავწეროთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} (x_0-2)^2+(y_0-3)^2=R^2 \\ (x_0-5)^2+(y_0-4)^2=R^2 \\ x_0=R \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_0^2-4x_0+y_0^2-6y_0+13=R^2 \\ x_0^2-10x_0+y_0^2-8y_0+41=R^2 \\ x_0=R \end{cases}$$

თუ ერთმანეთს გავუტოლებთ სისტემის პირველი და მეორე განტოლებების მარცხენა მხარეებს, მივიღებთ:

$$3x_0+y_0=14$$

თუ ამ ტოლბაში გავითვალისწინებთ, რომ $x_0=R$, მივიღებთ

$$3R+y_0=14.$$

გამოვსახოთ x_0 და y_0 R-ით და ჩავსვათ სისტემის პირველ და მეორე განტოლებაში, ჩვენ შემთხვევაში გამოთვლების ჩასატარებლად უმჯობესია პირველ განტოლებაში, მივიღებთ

$$(R-2)^2+(14-3R-3)^2=R^2.$$

თუ ჩავატარებთ ელემენტარულ გარდაქმნებს და ამოვხსნით მიღებულ კვადრატულ განტოლებას, მივიღებთ :

$$R=5 \text{ ან } R=\frac{25}{9}.$$

R-ის მიღებული ორი ერთმანეთისგან განსხვაებული მნიშვნელობა გვეუბნება, რომამოცანას აკმაყოფილებს ერთმანეთისგან განსხვავებული ორი წრეწირი, რაც შეეხება წრეწირის ცენტრის კოორდინატებს, ერთ შემთხვევაში არის O (5;-1) და საძებელი წრეწირია :

$$(x-5)^2 + (y-1)^2 = 25.$$

მეორე შემთხვევაში წრეწირის ცენტრის კოორდინატებია O $(\frac{25}{9};\frac{17}{3})$ და საძიებელი წრეწირია:

$$(x-\frac{25}{9})^2 + (y-\frac{17}{3})^2 = \frac{25}{9}.$$

ამოცანა 2. შეადგინეთ სფერს განტოლება, რომელიც გადის A(1;-1; 4) წერტილზე და ეხება საკოორდინატო სიბრტყეებს.

რადგან საძიებელი სფეროს განტოლება ეხება საკოორდინატო სიბრტყეებს და A(1;-1; 4) წერტილი სფეროს წერტილია, ამიტომ სფეროს ცენტრიდან საკოორდინატო სიბრტყეებამდე მანძილი სფეროს რადიუსის ტოლია და სფეროს ნებისმიერი წერტილის კოორდინატებისათვის სრულდება პირობები :

$$X > 0, \; y < 0, \; z > 0.$$

სფეროს O ცენტრის კოორდინატები იქნება O (R; -R; R).

მეორე მხრივ, რადგან A(1;-1; 4) წერტილი სფეროს წერტილია, ამიტომ მისი კოორდინატები აკმაყოფილებს სფეროს განტოლებას:

$$(1-R)^2 + (-1+R)^2 + (4-R) = R^2.$$

საიდანაც მარტივი გარდაქმნებით მივიღებთ:

$$R^2-6R+9=0.$$

ანუ

$$(R-3)^2=0.$$

აქედან

$$R=3.$$

სფეროს საძიებელი განტოლებაა:

$$(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2 = 9.$$

კოორდინატთა მეთოდის გამოყენება კარგ ეფექტს იძლევა ისეთი გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს, როცა ამოცანის ამოხსნის დროს უნდა გამოვიყენოთ გეომეტრიული გარდაქმნები-პარალელური გადატანა, მობრუნება, ჰომოთეტია და სხვ. ზოგჯერ შესაძლებელია მოვახდინოთ კოორდინატთა სისტემის ან პარალელური გადატანა, ან მობრუნება და მან დაიკავოს ისეთი მდებარეობა სიბრტყეზე ან სივრცეში, რომელიც საშუალებას მოგვცემს მარტივად ამოვხსნათ მოცემული ამოცანა ან მოცემული ამოცანა დავიყვანოთ მასზე უფრო მარტივ ამოცნაზე ან მის ტოლფას ამოცანაზე, რომელიც შედარებით მარტივი ამოსახსნელია. ამოვხსნათ ის და მასზე დაყრდნობით ანალოგიის გამოყენებით ამოვხსნათ თავიდან მოცემული ამოცანა.საილუტრციოდ განვიხილოთ შემდეგი:

ამოცანა 3. $(x-8)^2+(y-10)^2=169$ წრეწირშიჩახაზულია ABCD კვადრატი. იპოვეთ კვადრატისB, C და D წვეროების კოორდინატები, თუ A წვეროს კოორდინატებია A(13;2).

წრეწირის ცენტრი მდებარეობს წერტილში O(8;10) დაR=13. თუ წრეწირის ცენტრს გადავიტანთ $\bar{p}$ (-8;-10) პარალელური გადატანით, მაშინ წრეწირის ცენტრი გადავა O' (0;0) წერტილში. ხოლო A(13; -2) წერტილი გადავა წერტილში A'(5;-12) და მოცემული ამოცანა დაიყვანება ასეთი სახის სტანდარტულ ამოცანაზე, რომლის ამოხსნა რაიმე სირთულესთნ დაკაშირებული არ იქნება.

ამოცანა 4.$x^2 + y^2=169$ წრეწირი ჩახაზულია $A'B'C'D'$ კვადრატი. იპოვეთ კვადრატის B', C' და D' წვეროების კოორდინატები, თუ A' წვეროს კოორდინატებია A'(5; -12).

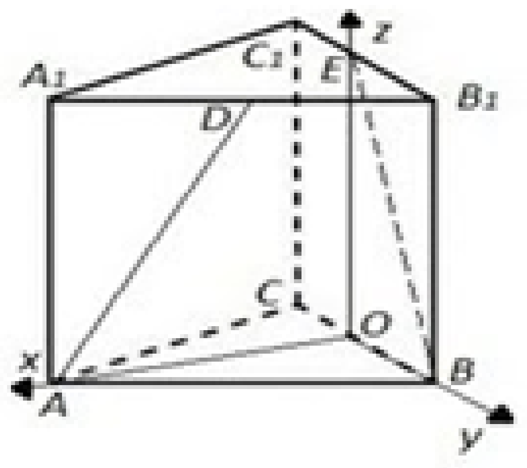
ამოვხსნათ ეს ამოცანა. რადგან A' და C' წერტილები სიმეტრიული წერტილებია აბსცისათა ღერძის მიმართ, ამიტომ B' (5;12), ხოლო D' წერტილი A' წერტილის სიმეტრიული წერტილია ორდინატთა ღერძის მიმართ, ამიტომ D'(-5;-12). ამის შემდეგ თავიდან მოცეული ამოცანის ამოსახსნელად საკმარისია ვიპოვოთB' (5;12), C' (5, -12) და D' (-5;-12) წერტილების წინა სახე $\bar{p}$ (-8;-10) პარალელური გადატანის დროს. მარტივად ვაჩვენებთ, რომ

B (13; 22), C(3;22), და D(3,22).

კოორდინატთა მეთოდის გამოყენება ზოგჯერ ძალზედ კარგ ეფექტს იძლევა სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს. განვიხლოთ რამდენიმე ამოცანა.

ამოცანა 5. მართ სამკუთხა $ABCA_1B_1C_1$ პრიზმაში ყველა წიბო 1-ის ტოლია. A_1B_1 და B_1C_1 წიბოების შუაწერტლებია შესაბამისად D და E. იპოვეთ AD და BE წრფეებს შორის კუთხის კოსინუსი.

ამოცანის ამოხსნისათვის დეკარტის მართკუთხა სისტემა შევარჩიოთ შემდეგნაირად : მისი სათავე დავამთხიოთ BC გვერდის O შუაწერტილს, აბსცისათა ღერძი $ABCA_1B_1C_1$ პრიზმის ABC ფუძის OA მედიანას, ორდინტთა ღერძი შეიცავს პრიზმის BC წიბოს, ხოლო აპლიკატთა ღერძი პრიზმის AA_1, BB_1 და CC_1 წიბოების პარალელური იყოს



ნახ. 3.

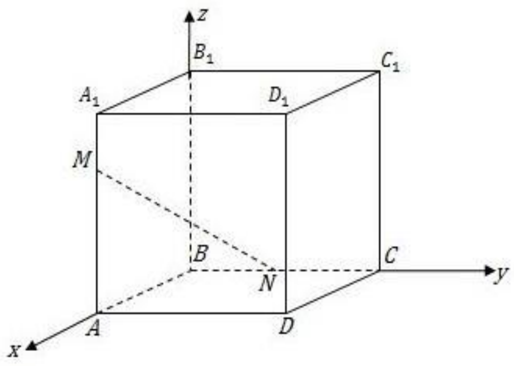
მოცემული პრიზმის ყველა წიბო 1-ის ტოლია და დავადგინოთ A, B, C, D წერტილების კოორდინატები . მარტივად გამოვთვლით, რომ

$$A(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0),\quad B(0;\frac{1}{2};0),\quad E(0;0;1) \text{ და } D(\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{1}{4};0).$$

მოხდა ამოცანის დაყვანა სტანდრტულ ამოცანაზე, სადაც ცნობილია ორი ვექტორის სათავე და ბოლო, საპოვნია ამ ორ ვექტორს შორის კუთხის კოსინუსი, რაც არანაირ პრობლემას აღარ წარმოადგენს მოსწავლეებისათვის.

ამოცანა 6. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბშიM წერტილი AA_1 წიბოს წერტილია, ამასთან $AM:A_1M=3:1$. N წერტილი BC წიბოს შუაწერტილია. იპოვეთ MN და DD_1წრფეებს შორის კუთხის კოსინუსი.

დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა შევარჩიოთ ისე, რომ როგორც ნახაზზეა გამოსახული, კერძოდ კოორდინატთა სათავე დავამთხვიოთ კუბის B წვეროს, აბსცისათ ღერძი მოიცავდეს AB წიბოს, ორდინატთა ღერძი მოიცავდეს BC წიბოს, ხოლო აპლიკატთა ღერძი მოიცავდეს BB_1 წიბოს.



ნახ.4.

ისევე, როგორც წინა ამოცანში, აქაც გავითვალისწინეთ, რომ მოცემული კუბის წიბო 1-ის ტოლია და ადვილად დავადგენთ, რომ M, N, D და D_1 წერტილების კოორდინატებია

$$M(1;0;\frac{3}{4}),\quad N(0;\frac{1}{2};0),\quad D(1;1;0),\quad D_1(1;1;1)$$

აქაც, ისევე როგორც წინა შემთხვევაში ამოცანა დავიყვნოთ სტანდარტულ ამოცანაზე, რომლის ამოხსნა მოსწავლეებისათვის რაიმე პრობლემას აღარ წარმოადგენს.

ზოგჯერ, შესაძლებელია დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა ისე შევარჩიოთ, რომ მოვახდინოთ ამოცანის დაყვანა (რედუქცია) შინაარსით გაცილებით მარტივ ამოცნაზე, რომლის ამოხსნა რაიმე სირთულესთან არ იქნება დაკავშირებული, დაყვანილი მარტივი ამოცნის ამოხსნის შემდეგ კი შესაძლებელია დავბრუნდეთ თავიდან მოცემულ ამოცანას და მრტივად ამოვხსნათ ისიც. ჩვენი კლასიფიკაციით კოორდინატთა მეთოდიც განეკუთვნება არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის თითქმის უნივერსალურ მეთოდთა კატეგორია, რადგან მისი გმოყენებით შესაძლებელია ამოვხსნათ სამივე ტიპის გეომეტრიული ამოცანები-მოცანები გაგებაზე, ამოცანები გამოანგარიშებაზე და ამოცანები და დამტკიცებაზე.

§6.გეომეტრიულიამოცანებისამოხსნაალგებრულიმეთოდითდამისისწავლებისმეთოდიკურ ითავისებურებები

არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნისას ხშირად მოსახერხებელია ამოცანის ფორმულირება მოვახდინოთ ისე, რომ ფიგურის მოცემული და საძიებელი ელემენტების გამოსახვა მოხდეს რაიმე ისეთი სიდიდეების საშუალებით, რომლებზეც შესაძლებელი იქნება გამოვიყენოთ მათემატიკის სასწავლო კურსის გეომეტრიული მასალიდან ცნობილი თეორემები და თვისებები და მათზე დაყრდნობით ამ სიდიდეებს გამოვსახავთ ფორმულების სახით. სწორედ ეს არის ალგებრული მეთოდის არსი. კერძოდ, ალგებრული მეთოდით გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა გულისხმობს გეომეტრიული შინაარსის ამოცანის მოცემულობის „ალგებრიზაციას“. ცხადია, ეს ეხება ისეთ სიდიდეებს, რომელთა გამოსახვა შესაძლებელია ფორმულების სახით. გეომეტრიული ამოცანის მოცემულობაში ასეთი სიდიდეები შესაძლებელია იყოს მონაკვეთის სიგრძე, მანძილი ორ პარალელურ წრფეებს შორის სიბრტყეზე ან სივრცეში, სიბრტყის ან სივრცის წერტილებს შორის მანძილები, მანძილი აცდენილ წრფეებს შორის სივრცეში, მანძილი ომცემუი წერტილიდან მოცემულ წრფემდე ან სიბრტყემდე, ფიგურის ან მისი ნაწილის ფართობი, გერომეტრიული სხეულის ან მისი ნაწილების მოცულობები, ვექტორების სკარალური ან/და ვექტორული ან/და შერეული ნამრავლი და სხვ.

ალგებრული მეთოდით არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს შესაძლებელია საძიებელი სიდიდის გამოთვლა მოვახდინოთ არასტანადარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს შესაძლებელია გამოყენებული იქნეს სხვადასხვაგვარი მიდგომები. მაგალითად, შესაძლებელია საძიებელი სიდიდის გამოთვლა მოვახდინოთ პირდაპირი წესით. ასეთი შეიძლება იყოს გეომეტრიული ამოცანების ალგებრული მეთოდით ამოხსნის საწყის ეტაპზე-საილუსტრაციო სახით. რაც შეეხება ისეთ გეომეტრიულ ამოცანებს , რომელთა ამოხსნა შსაძლებელია პირდაპირი გამოთვლით, არაფრის მომცემი არ არის შინაარსობრივად.

ალგებრული მეთოდით არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნისას უფრო ხშირად იყენებენ საძიებელი სიდიდის გამოსახვას სხადასხვა განტოლებით. ამის შემდეგ ამ განტოლებებს აერთიანებენ ერთ განტოლებათა სისტემაში და ხსნიან მას. სისტემის ამონახნს უმრავლეს შემთხვევაში წარმოადგენს მოცანაში საპოვნი უცნობი სიდიდე ან ისთი დამხმარე მონაცემი, რომლის საშუალებითაც მარტივად არის შესაძლებელი ამოცანის პირობით საძიებელი სიდიდე. ზუსტად ასეთი მიდგომაა წერტილთა გეომეტრიული ადგილის მეთოდით ამოცანების ამოხსნის დროსაც

შეგვიძლია ვთქვათ, რომ სიმრვლეთა თეორიის თვალსაზრისით ასეთი მიდგომები იდენტურია. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ასეთი შინაარსის მქონე არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანა.

ამოცანა 1. ABC სამკუთხედის ორი წვეროს კოორდინატებია A (-1;-1) და B (4; 5), ხოლო მესამე წვერო $y=5x-15$ წრფეზე ძევს. სამკუთხედის ფართობია 9,5. იპოვეთ C წვეროს კოორდინტები.

ეს ამოცანა შესაძკებელია ამოვხსნათ გეომეტრიულად. კერძოდ, რადგან მოცემულია სამკუთხედის ორი წვეროს კოორდინატები, შესაძლებელია გამოვთვალოთ ამ სამკუთხედის ფართობი, შეგვიძლია ვიპოვოთ ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე. შემდეგ ვიპოვოთ სამკუთხედის მოცემულ ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლება, შემდეგ დავწეროთ ნაპოვნი წრფის პარალელური ორი წრფი განტოლებები,რომელიც სამკუთხედის გვერდის შემცველი წრფიდან დაშორებულია ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის ტოლი მანძილით. ბოლოს ვიპოვოთ თითოეული წრფის თანაკვთის წერტილის კოორდინატები მოცემულ წფეთან, რომელზეც მდებარეობს სამკუთხედის მესამე C წვერო.

მოვახდინოთ ამოცანის ამოხსნა ალგებრული მეთოდით :

ვთქვათ, სამკუთხედის მესამე C წვეროს კოორდინტებია C (x_0; y_0) . მაშინ $\overline{BA}$(-5;-6) და $\overline{BC}$(x_0-4; y_0 -5). ABC სამკუთხედის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$S=\frac{1}{2}\overline{|BA||BC|}\sin B$

მეორეს მხრივ, ვექტორების სკალარული ნამრავლის განმარტების ძალით

$\cos B=\frac{\overline{BA}}{|BA|}\frac{\overline{BC}}{|BC|}$

რადგან $\sin B=\sqrt{1-cos}^2B$, ამიტომ გვექნება:

$$S=\frac{1}{2}\overline{|BA||BC|}\sqrt{1-\frac{(\overline{BA}\overline{BC})^2}{(|BA||BC|)^2}}=\frac{1}{2}\sqrt{\overline{(|BA||BC|)^2}-(\overline{BA}-\overline{BC})^2}.$$

სირთულეს არ წარმოადგენს დვადგინოთ, რომ

$|\overline{BA}|^2=61$, $|\overline{BC}|^2=(x_0-4)^2+(y_0-5)^2$, $\overline{BABC}=50-5x_0-6y_0$.

თუ მიღებულ მნიშვნელობებს ჩავსამთ ABC სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელ ფორმულაში, მივიღებთ ირაციონალურ განტოლებას ორი უცნობით:

$\sqrt{61((x_0-4)^2+(y_0-5)^2)+(50-5x_0-6y_0)^2=}\,2^*\ 9,5$.

მეორე განტოლებად შეიძლება გამოვიყენოთ ამოცანის პირობა, რომლის თანახმად საძიებელი C წვერო ძევს y=5x-15 წრფეზე. რაც ნიშნავს, რომ C წერტილის x_0 და y_0 კოორდინატეი აკმაყოფილებს პირობა :

$$y_0 = 5x_0\text{-}15.$$

ტუ გავითვალისწინებთ მ დამოკიდებულებას ირაციონალურ განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\sqrt{61((x_0-4)^2 + (5x_0-20) - (140-35x_0)^2} = 19$$

მარტივი გარდაქმნებით მიციღებთ:

$|x_0 - 4|$=1

საიდანაც

X_0=5 ან x_0=3

გამოვთვალეთ რა C წვეროს აბსცისები,სირთულეს არ წარმოადგენს მათი შესაბამისი ორდინატების გამოთვლა.

როცა x_0=3, მაშინ $y_0 = 0$.

როცა x_0=5, მაშინ $y_0 = 10$.

ე.ი საძიებელ C წერტილს შეუძლია ორი ერთმანეთისგან განსხვავებული მდებარეობის დაკავება და მისი კოორდინატებია :

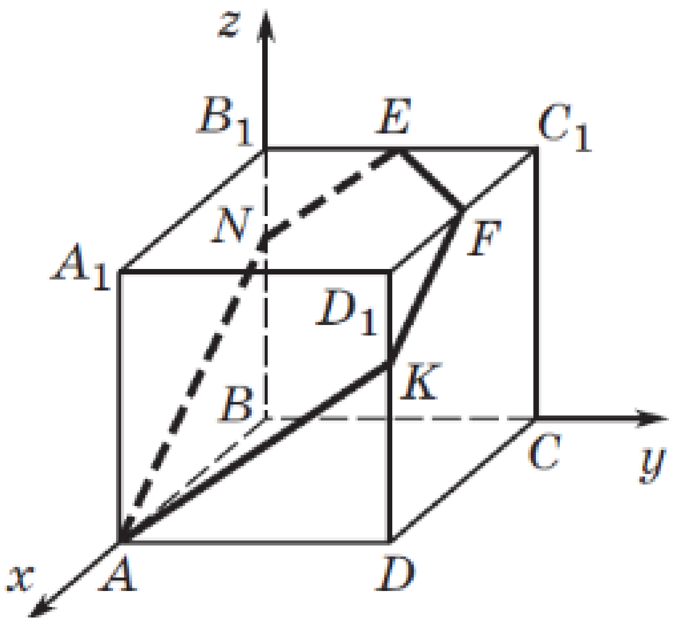
C (3; 0) ან C (5; 10).

ამოცანის ამოხსნა დასრულდა. ამის შემდეგ აუცილებელია მასწავლებელმა გააკეთოს კომენტარი, თუ რით არის გამართლებული გამოყენებული ალგებრული მეთოდი. მან მოსწავლეებს უნდა უთხრას, რომ ალგებრული მეთოდით ამოხსნისას მთ კიდევ ერთხელ გაიხსენეს და გაიმეორეს ირაციონალური განტოლები ამოხსნა, მოდულის თვისებები, წერტილთა გეომეტრიული ადგილი და სხვ.

არასტანდარტული გეომეტრიული ამცანების ამოხსნის დროს ზოგჯერ ალგებრული მეთოდის გამოყენება მიზანშეწონილია კობინირებულად სხვა მეთოდებთან ერთად. მაგალითად, ერთიდა იგივე არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანს ამოხსნის დროს გამოვიყენოთ კოორდინტთა სისტემის შერჩევის მეთოდი,წერტილთა გეომეტრიული ადგილის მეთოდი, ალგებრული მეთოდი და სხვ. განვიხილოთ ამოცანა.

ამოცანა 2. იპოვეთ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის მკვეთი სიბრტყის განტოლება და იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გადის A წვეროზე და B_1C_1 და C_1D_1 წიბოების შუაწერტილებზე. კუბის წიბო a-ს ტოლია.

კოორდინატთა Oxyz სისტემა შევარჩიოთ ისე, როგორც 3-ე ნახაზზა მოცემული. გამოვთვალოთ A_1E და F წერტილების კოორდინატები. დავადგინოთ, რომ A(a; 0 ;0), E (0; $\frac{a}{2}$; a), F ($\frac{a}{2}$; a; a).



ნახ.5.

ამ წერტილებზე გამავალი სიბრტყის განტოლებაა:

$$\begin{vmatrix} x-a & y & z \\ a & -\frac{a}{2} & -a \\ \frac{a}{2} & \frac{a}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

ანუ

$$\begin{vmatrix} x-a & y & z \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

დეტერმინანტის გამოთვლის შედეგად მივღებთ:

$$2x-2y+3z-2a=0.$$

გამოვთვლით, რა ქვედა ფუძესა და სიბრტყეს შორის კუთხის კოსინუს, მივიღებთ :

$$\cos\varphi = \frac{3}{\sqrt{17}}.$$

სიბრტყის მიერ კუბის გადაკვეთის შედეგად მიღებული ხუთკუთხედის გეგმილი კუთხის ქვედა ფუძეზე ტოლია:

$S_{გეგმ}=a^2-\frac{a^2}{8}=\frac{7}{8}a^2.$

ცხადია, რომ სიბრტყისა და კუბის კვთის შედეგად მიღებული ხუთკუთხედის საძიებელი ფართობი იქნება:

$S=\frac{S_{გეგმ}}{\cos\varphi}=\frac{7\sqrt{17}}{24}a^2.$

დასკვნა

1. მასწავლებელმა ისეთი გეომეტრიული ამოცანები,რომელთა ამოხსნა მოითხოვს სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების გამოყენებას კონკრეტული თემატიკის მიხედვით უნდა ჩართოს საკლასო მეცადინეობაზე, რომლისთვისაც დამატებითი სასწავლო დროის გამოყენება საჭირო არ არის. გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის მეთოდების და სპეციალური ხერხების სწავლების პროცესი უნდა ააგოს სწავლების მეცნიერულ შინაარსზე და გააზრებულ შეთვისებაზე, რომელიც დამყარებულია აქტიურ დამახსოვრებაზე და ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაზე, რადგან სწავლების პროცესი დაფუძნებული უნდა იყოს მეცნიერებათა საფუძვლების თანმიმდევრულ შეთვისებაზე.
2. გეომეტრიული ამოცანების ამოხსსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების დაუფლება მოითხოვს მოსწავლეებისადმი ინდივიდუალურ მიდგომას , მათი ხერხების დაუფლება მოითხოვს მოსწავლეენისადმი ინდივიდიალურ მიდგომას , მათი თავისებურებების გათვალისწინებას , საშინაო დავალებების და დამოუკიდებელი სამუსაოების ინდივიდუალიზაციას და სხვ. მასწავლებლის დაკვირვების საგანს უნდა წარმოადგენდეს გეომეტრიული შინაარსის მქონე ამოცანების სპეციალური მეთოდებით ან/და ხერხებით ამოხსნის სწავლების მთლიანი პროცესი.
3. გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების რეალიზება დამოკიდებულია როგორც მასწავლებლის გამოცდილებაზე, ისე ამოცანების ამოხსნის მეთოდებსა და სპეციალური ხერხების ფორმებსა და მეთოდიკურ თავისებურებებზე . არასტანდარტული მატემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდების და სპეციალური ხერხების სწავლებას მეტად უნდა ექცეოდეს ყურადღება უმაღლეს სკოლაში .
4. სწავლების პროცესში მოსწავლეებს საფუძვლიანად უნდა გავაცნოთ გამოყენებული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდები და ხერხები. მიზანშეწონილია, თუ ამის შესაძლებლობა არსებობს ამოცანების ამოხსნის დროს გამოვიყენით სხადასხვა მეთოდების ან/და ხერხების უპირატესობა.
5. გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების სწავლების მეთოდიკა უნდა აკმაყოფილებდეს გარკვეულ მოთხოვნებს:

- გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების სწავლება უნდა განხორციელდეს კონკრეტული ამოცანების საშუალებით ამოცანებუს ამოხსნის დროს;
- მასწავლებელმა უნდა გამოიყენის ისეთი კითხვები, რომლებიც მოსწავლეებს დაეხმარება არასტანსარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის ყველაზე პერსპექტიული გზის მოძებნაში;
- გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდების ან/და ხერხების სწავლების მეთოდიკა უნდა შეიცავდეს ამოცანების ანალიზს, რომლის მიზანია ამოცანის პირობაში ჩადებული ინფორმაციის სრული აღქმა და მის საფუძველზე ამოხსნის გზის მიგნება;
- გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნის ახალი სპეციალური მეთოდის ან/და ხერხის განხილვამდე მოსწავლეებს უნდა გავაცნოთ გამოსაყენებელი მეთოდის ან/და ხერხის არსი და სპეციფიკა და თუ შესაძლებელის მოვახდინოთ მისი განზოგადება. ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიღებული ახალი ცოდნის განმტკიცების მისნით მოსწავლეებს საშინაო დაბვალებად ან დამოუკიდებელი მუშაობისთვის მივცეთ შედარებით ნაკლები სირთულის მქონე ანალოგიური ამოცანა.
- მეთოდურად უნდა დამუშავდეს გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდები ან/და ხერხები და დადგინდეს გამოყენებული მეთოდების უპირატესობები.

6. ფართობის და მოცულობის მეთოდის გამოყენების იდეა მდგომარეობს იმაში, რომ განვიხილოთ რაიმე ფიგურის ფართობს / მოცულობას როგორც მისი ნაწილების ფართობთა/მოცულობათა ჯამს, ამასთან თითოეული ნაწილის ფართობის/ მოცულობის ჩაწერას ვახდენთ ჩვენთვის ხელსაყრელი სახით, რის შემდეგადაც მივიღებთ, რომ განტოლებას, ან განტოლებათა სისტემას რომელიც შეიცავს ამოცანის საძიებელ სიდიდეს / სიდიდეებს და საძიებელი სიდიდის / სიდიდეების პოვნა საგრძნობლად მარტივდება. ფართობის და მოცულობის მეთოდის გამოყენება სასურველ ეფექტს იძლევა ისეთი არასტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის პროცესში ფიგურის ფართობის და გეომეტრიული სხეულის მოცულობის შემოტანა განიხილება, როგორც დამხმარე ელემენტი. მიუხედავად სიმარტივისა, ფართობისა და მოცულობის მეთოდის გამოყენება შესაძლებელია საკმაოდ რთული გეომეტრიული არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის დროს და საგანმანათლებლო პროცესში მისის ჩართვა მეთოდურად გამართლებულია. ფართობისა და მოცულობის

მეთოდის არსიდან გამომდინარე მისი გამოყენება ხდება როგორც პალნიმეტრიული, ისე სტერეომეტრიული ამოცანების ამოხსნისას. ცხადია, რომ პირველ შემთხვევაში ვიყენებთ ფართობს, ხოლო მეორე შემთხვევაში მოცულობას.

7. გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა იწყება ნახაზის აგებით, რომლის აკურატულად შესრულება და შემდგომ ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო დამხმარე ელემენტის/ელემენტების აგება გვეხმარება ვიპოვოთ ყველა ის კავშირი, რომელიც არსებობს მოცემული და საძებნი ფიგურის/ფიგურების ელემენტებს შორის. ამის შემდეგ დავსახოთ ამოცანის ამოხსნის გზა. ამოცანიდან გამომდინარე, დამხმარე ელემენტი შესაძლებელია იყოს როგორც გეომეტრიული ფიგურა, ასევე ფიგურის ფართობი, გეომეტრიული სხეულის მოცულობა და სხვ. დამხმარე ელემენტის მეთოდის გამოყენებისას საშუალება გვაქვს ამოცანის ამოხსნის პროცესში ჩავრთოთ ახალი გეომეტრიულიფიგურები, თავიანთი თვისებებით, რითაც ვაღწევთ ამოცანის ამოხსნის პროცესში გამოყენებული თეორიული საკითხების მოცულობის გაზრდას იმ თეორემების , ფიგურათა თვისებების განხილვით, რომელსაც გამოვიყენებთ ამოცანის ამოხსნის პროცესში და მათზე დაყრდნობით შევქმნიტ ახალ ცოდნას. დამატებითი აგებების შესრულება ხშირად გამოიყენება იმისათვის, რომ მოცემული ამოცანა დავიყვანით ადრე ამოხსნილ ამოცანაზე, ან დავიყვანოთ სირთულით უფრო მარტივ ამოცანაზე, ვიდრე მოცემული ამოცანა.
8. გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნის დროს ვექტორების გამოყენება ტარდიციული სასწავლო კურსისგან განსხავავებით მიზანშეწონილია ფართობების და ,ოცულობის გამითვლისათვის . რითაც ერთის მხრივ შესაძლებელია განვლილი მასალის საფუძვლიანი განმტკიცება, მეორეს მხრივახალი მასალის ეფექტური გადაცემა, ხოლო მსწავლეები იძენენ ახალ ცოდნას, რომელიც ლოგიკურ კავშირშია ადრე მიღებულ ცოდნასთან. დაცულია სწავლების დიდაქტიკური პრინციპები, მათ შორის მარტივიდან რთულზე გადასვლის დიდაქტირკური პრინციპი.
9. არსტანდარტული გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს ზოგჯერ ალგებრულ მეთოდთან ერთად მიზანშეწონილია კომპლექსურად გამოვიყენით სხვა მეთოდი/ მეთოდები, რითაც მოსწავლეებს ვაჩვენებთ, რომ გეომეტრიული მასალის შესწავლა მწიდრო კავშირშია მათემატიკის სხვადასხვა დარგებთან და მათემატიკა უნდა შეისწავლებოდეს არა დიფერენცირებულად, დანაწევრებით, არამედ როგორც ერთიანი მეცნიერება, რომლის სხვადასხვა ნაწილებსაც სწავლების სპეციფიკური თავისებურებები გააჩნია. კონკრეტული სასწავლო თემის, თუ ამოცანის ამოხსნის

დროს გათვალისწინებული უნდა იყოს მისი სწავლების თავისებურებები, რაც თავის მხრივ მოითხოვს განსახილავი საკითხების სწავლების მეთოდიური თავისებურებების შესწავლას.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ბერძულიშვილი,გ.ონიანი–საღინაძენ.,ბაკურაძე ბ.სიმრავლეთადაალბათობის თეორიის ელემენტების სწავლებამათემატიკის სასკოლოკურსში.აკაკიწერეთლისსახელმწიფოუნივერსიტეტისგამომცემლობა. თბილისი. 2014 წ. 248 გვ.
2. ბერძულიშვილი,გ.ბრეგაძე. მათემატიკურიმოცანებისამოხსნისსპეციალურიხერხებისსწავლებისმეთოდიკურითავისებურებები.აკაკიწერეთლისსახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2015 წელი.252 გვ.
3. ბერძულიშვილი,გ.ბრეგაძე.საოლიმპიადომათემატიკური ამოცანებიდაწყებითკლასებში. აკაკიწერეთლისსახელმწიფოუნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2016 წელი. 680 გვ.
4. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ქურჩიშვილი ლ.-მათემატიკა X კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა„ინტელექტი“, თბილისი 2016 წელი.
5. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი.ქურჩიშვილი ლ.-მათემატიკა XI კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა„ინტელექტი“, თბილისი 2016 წელი.
6. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი., ქურჩიშვილი ლ.-მათემატიკა XII კლასისსახელმძღვანელო. გამომცემლობა„ინტელექტი“, თბილისი 2016 წელი.
7. დოგრაშვილი ა.-დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. გამომცემლობა„განათლება“. თბილისი. 2003 წელი.
8. ეროვნული სასწავლო გეგმა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებისათვის. თბილისი,2016 წელი.
9. ეროვნულისასწავლოგეგმა,საგნობრივიპროგრამამათემატიკაშიVII-XIIკლასები. თბილისი, 2016 წელი.
10. მორალიშვილი თ. სასკოლო მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკურისაფუძვლები.პედაგოგიკის მეცნიერებათადოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაცია. თბილისი,2003.– 292 გვ.

11. მორალიშვილი თ.-ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში. გამომცემლობა„განათლება“. თბილისი. 1991წ. 128 გვ.
12. მორალიშვილი თ., ჯინჯიხაძე გ.-არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკისკურსის სწავლების პრაქტიკაში.იაკობ გოგებაშვილისსახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“, №19, თბილისი, 2005, გვ. 46-54.
13. სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტი მათემატიკაში. სქართველოს საკანონმდებლომაცნე. თბილისი. 2015 წელი.
14. წერეთელი თ., ბერძულიშვილი გ. ინვარიანტების და ნახევრადინვარიანტებისმეთოდისგამოყენებითგეომეტრიულიამოცანებისამოხსნის სწავლებისმეთოდიკური თავისებურებებისაშუალოსკოლაში.პერიოდულისაერთაშორისოსამეცნიეროჟურნალი„ინტელექტი“. 2(58). თბილისი. 2017 წ. გვ. 45–48.
15. წერეთელი თ.,ბერძულიშვილი გ.ფართობისა და მოცულობის მეთოდის გამოყენებით არასტანდარტულიგეომეტრიული ამოცანებისამოხსნისსწავლებასაშუალოსკოლაში. პერიოდულისაერთაშორისოსამეცნიერო ჟურნალი„ინტელექტი“. 2(58).თბილისი.2017წ. გვ. 49–52.
16. წერეთელი თ., ბერძულიშვილი გ. საშუალო სკოლაში დირიხლეს პრინციპით არასტანდარტულიგეომეტრიული ამოცანების ამოხსნადამისისწავლების მეთოდიკა საშუალო სკოლაში. პერიოდული საერთაშორიო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“.2(58). თბილისი. 2017 წ. გვ. 53–56.
17. ჯინჯიხაძეგ.-არასატანდარტულიამოცანა,როგორცმათემატიკისკურსისამოცანათა სისტემისელემენტი.იაკობ გოგებაშვილისსახელობისპედაგოგიკურმეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“, №19. თბილისი,. 2005, გვ. 54-58.

18. ჯინჯიხაძე გ.-ცნებები „ამოცანა“ და „არასტანდარტული მათემატიკური ამოცა-ნა“ თანამედროვე მეცნიერულ გამოკვლევებში: იაკობ გოგებაშვილის სახელობისპედაგოგიურმეცნიერებათაეროვნულიინსტიტუტისშრომებისკრებული„საზრისი“№18, თბილისი. 2005, გვ. 51-55.
19. Методикапреподаванияматематикивсреднейшколе:Общаяметодика.Учебноепособиедляст-овфиз.-мат.фак-овпед.инст./В.А.Оганесян,Ю.М.Колягинидр.-2-еизд.- Москва.Просвещение, 1980. –368с.
20. ПойаД.Какрешатьзадачу.Пер.сангл.В.Г.ЗвонаревойиД.Н.Белла;Подред.Ю.М. Гайдука.- Москва. Учпедгиз, 1959.-207 с.
21. СтолярА.А.Педагогикаматематики/А.А.Столяр.-3-еизд.- Минск:Вышэйшаяшкола,1986.
22. Eisenmann,B.(2009)CurriculumvisionandcoherenceAdaptingcurriculumtofocusonauthenticmathematicsMathematics Teacher, 103 (1), 70-75.
23. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. Москва. Просвещение. 2010 г.
24. გოგიშვილი გ., ვეფხვაძე თ., მებონია ი.ქურჩიშვილი ლ.-მათემატიკა XI კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა„ინტელექტი“, თბილისი 2006 წელი. 7-12გვ